Forschungsberichte

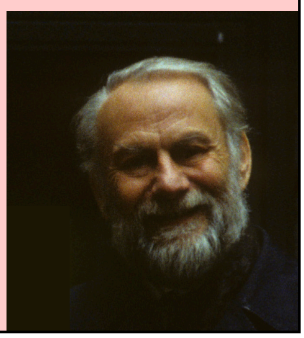
Forschungsberichte der Abteilung für Psychotherapie

Hermann Haken

Entwicklungslinien der Synergetik

Nr. 14-1

Universität Bern 2014



Hermann Haken

Entwicklungslinien der Synergetik

Forschungsberichte der Abteilung für Psychotherapie (Nr. 14-1)
Herausgeber: Wolfgang Tschacher

2014

Prof. Dr. Hermann Haken
Universität Stuttgart
Institut für Theoretische Physik
Center of Synergetics
Pfaffenwaldring 57/IV
70550 Stuttgart
e-Mail : cos@ipt1.uni-stuttgart.de

2 Ordnung aus Chaos: ein Rätsel?

1.1 Was ist Synergetik?

Das dem Altgriechischen entlehnte Wort „Synergetik“ bedeutet „Lehre vom Zusammenwirken“ [1]. Aber was soll hier zusammenwirken und was bewirkt dann das Zusammenwirken? Zunächst einmal: alle Gegenstände, die wir mit unseren Sinnen wahrnehmen können, bestehen aus einzelnen Teilen. Die Gegenstände können künstlich sein – wie Häuser, Autos, Fernseher – oder natürlich – wie die unglaubliche Vielfalt der Tier- und Pflanzenwelt zeigt. Je nachdem, wie wir die Gegenstände tatsächlich oder gedanklich zerlegen, und wie diese tatsächlich „beschaffen“ sind, können die Teile verschiedenartiger Natur sein. Dazu einige einfache Beispiele aus der unbelebten Welt: Wasser besteht aus einzelnen Wassermolekülen (H_2O), Luft aus einem Gemisch verschiedener Molekülsorten, ein Siliziumkristall aus Siliziumatomen. In der belebten Natur besitzen Tiere verschiedene Organe, die aus einzelnen Zellen zusammengesetzt sind, die wiederum aus vielfältigen Strukturen bestehen – bis hinunter zu den komplizierten Biomolekülen. Ein besonders faszinierendes Organ ist das menschliche Gehirn, das aus Myriaden von Neuronen besteht. Menschen und Tiere können selbst wieder Teile einer Gesamtheit sein. Zum Beispiel bilden Menschen eine Glaubensgemeinschaft, einen Staat, etc., Vögel und Fische bilden Schwärme, Wölfe Rudel, andere Tiere Herden, ja sogar Bakterien bilden Kolonien. Immer haben wir es mit einem *System* bestehend aus einzelnen Teilen zu tun, wobei es manchmal uns überlassen bleibt was wir zum System zählen – wo wir also seine Grenzen ziehen. Immer wieder sehen wir, wie stark verschiedene Systeme miteinander verwoben sind – etwa das Ökosystem. Diese Bemerkungen mögen genügen, was wir im Folgenden unter „Teilen“ (oder auch Elementen, Komponenten,…) verstehen wollen. Was hat es nun mit dem Zusammenwirken auf sich? Teile können aufeinander einwirken. Atome, Moleküle, ja ganze Körper üben Kräfte aus: Beispiele sind die elektrische und magnetische Kraft zwischen elektrischen Ladungen oder die stets wirkende Schwerkraft. Andere Beeinflussungen bestehen in der Übertragung von Energie, Stoffen sowie Information. Hierzu einige Beispiele: Bei der Wärmeleitung wird in einem Gas, einer Flüssigkeit oder einem festen Körper Wärmeenergie von einem Teilbereich auf einen benachbarten übertragen. Bei der Diffusion, einem speziellen Stofftransport, wandern Moleküle in einem Stoff. Energie- und Stofftransport sind grundlegend für alle Lebensvorgänge. Dies gilt nicht nur für die Vorgänge innerhalb des jeweiligen Systems Pflanze, Tier, Mensch sondern auch, und das ist fundamental, für die Vorgänge zwischen dem eigentlichen System (Pflanze, Tier, Mensch) und seiner *Umwelt*. Eine Pflanze braucht Wasser, Nährstoffe und das Sonnenlicht. Tiere und Menschen müssen ständig Nahrung aufnehmen (und in degradierter Form ausscheiden). Was bewirken nun die verschiedenen Wechselwirkungen: Das Ergebnis ist – eigentlich – so alltäglich, dass uns das eigentliche Wunder nicht so bewusst wird: Unsere Welt ist nicht eine wüste Ursuppe, sondern besteht aus meist hochgeordneten Strukturen, die in der belebten Natur höchst sinnvoll sind.

Im Gegensatz zu menschlichen Artefakten sind die natürlichen Strukturen aufgrund des *Zusammenwirkens* der jeweiligen einzelnen Teile untereinander von selbst entstanden, durch *Selbstorganisation* also. Kein Mensch, kein Bildhauer etwa, war hier am Werk. Damit gelangen wir zu einem ersten groben Umriss des Problemkreises der Synergetik: Wie kommt es durch das Zusammenwirken der einzelnen Teile eines Systems zur Bildung von Strukturen durch Selbstorganisation? Angesichts der ungeheuren Vielfalt der Systeme in der Welt scheint diese Fragestellung viel zu allgemein angelegt und ihre Beantwortung bleibt der Forschung in den verschiedensten wissenschaftlichen Disziplinen vorbehalten. Dennoch ist die grundlegende Fragestellung der Synergetik sehr allgemein: Gibt es allgemeine Prinzipien für die Strukturbildung durch Selbstorganisation unabhängig von der Natur der Teile? Angesichts der Vielfalt der Teile scheint auch diese Frage nicht beantwortbar.

Der Durchbruch der Synergetik wurde durch eine wichtige Einengung der Fragestellung möglich: Synergetik beschränkt sich auf das Studium solcher Situationen bei denen sich das *makroskopische Verhalten* des jeweiligen Systems *qualitativ* ändert. Die Synergetik befasst sich also mit der *Emergenz* neuer Qualitäten. An dieser Stelle ist die historisch relevante Frage aufzuwerfen ob es in der Wissenschaft schon früher, d.h. vor der Begründung der Synergetik, allgemeingültige Prinzipien für das Verhalten von Vielteilchensystemen gab. Für Physik und Chemie ist diese Frage mit ja zu beantworten und wir werden ihrer Antwort sogleich nachgehen. Es handelt sich um die Thermodynamik (Wärmelehre). Dabei werden wir sehen, dass die daraus gezogenen Schlussfolgerungen ein fundamentales Hindernis für die Erklärung der Entstehung und Funktion lebender Systeme waren. Bevor wir die entscheidende Einsicht der Synergetik darlegen, kurz ein Abriss der Thermodynamik.

1.2 Erinnerungen an die Thermodynamik

Dieses Gebiet bezieht sich auf die gesamte Materie, ist also universell angelegt. Grundbegriffe sind Temperatur und Entropie. Während der Temperaturbegriff uns über unseren Wärmesinn direkt zugänglich ist, ist der Entropiebegriff nur indirekt zu erschließen. Die Universalität der Thermodynamik schlägt sich in ihren drei Hauptsätzen nieder:

1) Satz von der Erhaltung der Energie
2) Der sog. zweite Hauptsatz, den wir, um das Wesentliche deutlich zu machen, so formulieren: In einem abgeschlossenen System kann die Entropie nur zu-, aber nicht abnehmen
3) Der absolute Nullpunkt ist unerreichbar

An diesen Sätzen wird die Synergetik nicht rütteln (um schon hier mögliche Missverständnisse auszuschließen). Dennoch wird sie bezüglich der Anwendung der Hauptsätze auf Naturvorgänge eine fundamentale Lücke aufzeigen. Es ist hier nicht der Platz um auf die Entwicklung der Thermodynamik im Einzelnen einzugehen. Der Ausgangspunkt der Überlegungen die zum Entropiebegriff (Clausius, Helmholtz) führten, waren Ausgleichsvorgänge: Bringt man einen warmen und einen kalten Körper zusammen, so gleicht sich die Temperatur aus. Der umgekehrte Vorgang: Spontane Erwärmung des einen verbunden mit einer Abkühlung des anderen Körpers wird nicht beobachtet. In der Physik war es stets erfolgreich, nach

Extremalprinzipien zu suchen (Beispiel: Minimierung der Energie bei der Bildung eines Kristalls), d.h. nach einer Größe, deren Maximierung oder Minimierung den Prozessverlauf bestimmt. Dies leistet in der Thermodynamik die Entropie, die nach dem oben erwähnten zweiten Hauptsatz in einem abgeschlossenen System einem *Maximum* zustrebt. Die Entropie lässt sich mit Hilfe der absoluten Temperatur und reversibel zu- oder abgeführter Wärmemengen berechnen und auch messen. In unserem Kontext jedoch ist ihre atomare Formulierung, die wir Ludwig Boltzmann verdanken, wesentlich. Sein Grundgedanke lässt sich am Beispiel von Abb. 1 erkennen, bei dem vier Kugeln auf zwei Kästen zu verteilen sind. Offenbar gibt es nur *eine* Möglichkeit („Realisierung"), alle Kugeln im linken Kasten unterzubringen, hingegen sechs Realisierungen, um die Kugeln gleichmäßig auf die beiden Kästen zu verteilen. Im ersten Fall ist die Zahl *W* der Realisierungen =1, im zweiten Fall =6.

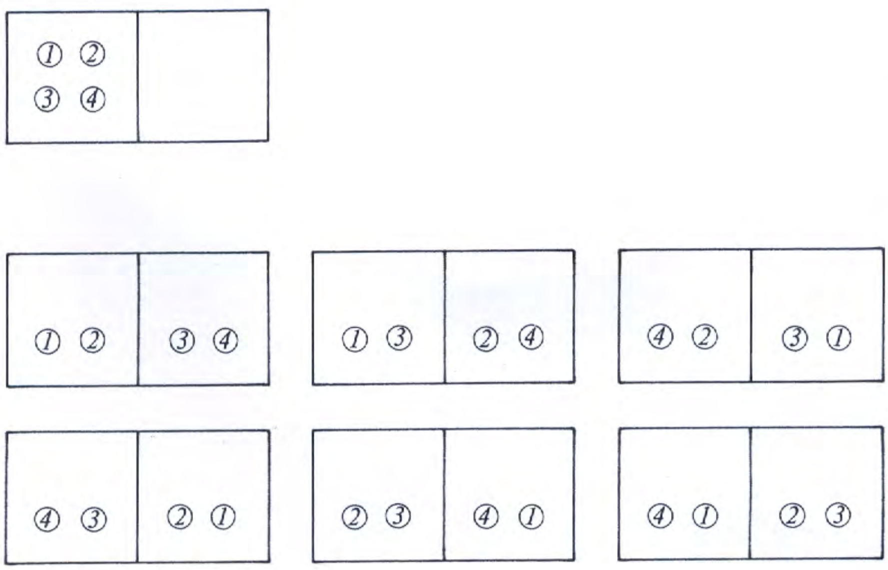


Abb. 1: Zur Veranschaulichung der Abzählungsvorschrift von Boltzmann, um die größte Entropie zu ermitteln. Obere Bildhälfte: Es gibt nur eine Möglichkeit, die vier Kugeln in einem Gefäß unterzubringen. Untere Bildhälfte: Es gibt sechs Möglichkeiten, die vier Kugeln gleichmäßig auf die beiden Gefäße zu verteilen.

Nach Boltzmann gilt die Beziehung

S= k ln$W$

Wobei *S* die Entropie, k die Boltzmann-Konstante, In der natürliche Logarithmus und *W* die Anzahl der mikroskopischen Realisierungen von Zuständen (siehe Beipiel!) sind. Damit ergibt sich eine neue Einsicht: Das beobachtete Anwachsen der Entropie bedeutet, dass ein physikalisches System danach strebt, die Anzahl *W* seiner mikroskopischen Realisierungen zu *maximieren*. Halten wir fest:

Das Maß für die Entropie beruht auf der *Abzählung von Zuständen*. Wie schon Abb. 1 nahelegt, ist die Entropie ein Maß für Unordnung: Die Moleküle können ganz verschiedenartig auf die Kästen verteilt sein. Die Bedeutung der Entropiezunahme können wir selbst „erfahren": Fährt ein Auto, so ist hier nur 1 Freiheitsgrad (Zustand) beteiligt, *W*=1 und *S*=0. Bremst das Auto, so werden Bremsen und Räder erwärmt – die kinetische Energie des ursprünglich einen Freiheitsgrads wird nun auf die sehr, sehr vielen Freiheitsgrade bei der Wärmebewegung der großen Zahl der Atome und Moleküle in Bremsen und Reifen verteilt. Dabei ist *W* sehr groß und damit, nach Boltzmanns berühmter Formel, die Entropie stark angewachsen. Umgekehrt kann man durch Abkühlen warmer Räder und Bremsen nie ein Auto in Bewegung setzen.

Nach dem zweiten Hauptsatz sollte auch die Entropie des Weltalls bis zu deren Maximum zunehmen – man sprach vom Wärmetod der Welt.

Der so wunderbare zweite Hauptsatz erwies sich als fundamentales Hindernis für die Erklärung von Lebensvorgängen: Wie sollte die *Entstehung und Aufrechterhaltung* so hochgeordneter Systeme, wie es ein Lebewesen darstellt, mit dem zweiten Hauptsatz in Einklang stehen, nach dem Ordnung doch zerfallen sollte. Einen ersten Versuch, dieses Dilemma aufzulösen, unternahm Erwin Schrödinger in seinem Buch „Was ist Leben“ [2]. Er schlug vor, dass Lebewesen mit der Nahrung „Negentropie“ aufnehmen und so die Entropie des Lebewesens verringert wird. Der russische Biophysiker Blumenfeld verglich die Entropie eines Lebewesens mit der eines gleich großen Felsblocks und konnte keinen Unterschied feststellen. Anscheinend ist die Entropie doch nicht die entscheidende Größe. Darauf werde ich weiter unten zurückkommen. Die Lösung des oben genannten Dilemmas ergab sich aus einer anderen Richtung, nämlich der Physik.

1.3 Laser-Theorie

Die Entwicklung der Synergetik ist ohne die Entwicklung der Lasertheorie wohl kaum verständlich, wobei auch meine sehr persönlichen Aspekte ins Spiel kommen. Die detaillierte Darstellung der Entwicklung des Konzepts eines Lasers und seines Vorgängers, des Masers, muss ich mir versagen, da es nichts zur Entwicklung der Idee der Synergetik beiträgt (und auch eine komplexe und kontrovers behandelte Materie mit Prioritätsansprüchen darstellt). Jedenfalls war ich im Frühjahr 1960 bei den Bell Laboratorien in Murray Hill, New Jersey, als wissenschaftlicher Berater tätig. Dabei weihte mich mein früherer Studienfreund Wolfgang Kaiser in ein damals streng gehütetes Geheimnis ein: Man wollte bei „Bell“ den ersten Laser bauen.

Dieser sollte das Prinzip des Masers – eines Apparats zur Erzeugung von *Mikrowellen* – also von Wellen im cm-Bereich – auf die Erzeugung von hochkohärenten *Lichtwellen* ausdehnen. Hierbei ergeben sich grundsätzlich neue Probleme. Um diese zu beleuchten, sei kurz an die Wirkungsweise des Masers an einem Beispiel erinnert. In einem Metallkasten von der Dimension von einigen Zentimetern können sich elektromagnetische Wellen ausbilden, deren halbe Wellenlänge gleich der Abmessung des Kastens („Resonators“) oder ein Bruchteil (Nenner ganzzahlig) davon ist. Damit können nur Wellen bestimmter *diskreter* Frequenzen auftreten. Nur eine *bestimmte* dieser Wellen (i.a. mit der Grundfrequenz) wird durch energetisch angeregte Moleküle, die in den Resonator geschickt werden, dadurch angeregt, dass die interne Schwingungsfrequenz des Moleküls in Resonanz mit der der elektromagnetischen Welle ist. Der zugrundeliegende Energie-Übertragungsprozess beruht auf der stimulierten Emission. Dieser von Einstein zur

Herleitung des Planckschen Strahlungsgesetzes eingeführte Prozess besagt, dass ein angeregtes Molekül von einer elektromagnetischen Welle „stimuliert“ wird, diese durch Energieabgabe zu verstärken. Nach diesen Erläuterungen wird das Acronym „Maser“ verständlich: „Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation“.

Entscheidend für den Maser ist, dass hier nur eine einzige Welle angeregt und (durch einen kleinen „Auslass“) nach außen abgestrahlt wird. Da die Linienbreite der molekularen Schwingungen kleiner als der Abstand der Resonatorfrequenzen ist, kann auch nur diese eine Welle angeregt werden. Hier ergibt sich bei der Ausdehnung des Maserprinzips auf den optischen Bereich – hier von den „Bell“-Forschern noch „optischer Maser“ genannt, eine fundamentale Schwierigkeit: Wegen der viel kleineren Lichtwellenlänge (gegenüber Mikrowellen) passen in den Resonator bisheriger Dimensionen sehr, sehr viele Wellen, die wegen der großen Linienbreite optischer Übergänge alle ausgestrahlt werden. Um diesem Effekt zu begegnen, müsste man den Resonator winzig klein machen – was eine minimale Ausstrahlungsintensität zur Folge hätte und daher (damals) verworfen wurde. Ein erster wichtiger Schritt wurde bei Bell durch eine theoretische Arbeit von Fox und Lee getan, die zeigten, dass in einem Zylinder mit seitlich offenen Wänden dessen Endflächen verspiegelt waren, sich in axialer Richtung laufende Wellen ausbilden und „hinreichend lange“ im offenen Resonator verweilen konnten, während alle anderen den „Resonator“ sehr rasch verließen (Abb. 2).

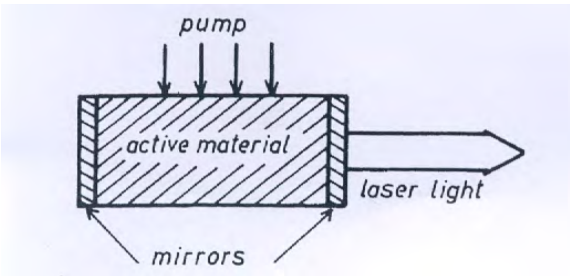


Abb. 2: Typischer Aufbau eines Lasers

Trotzdem mussten immer noch eine größere Zahl von Wellen (auch „Moden“ genannt) bei der Wechselwirkung mit den Atomen berücksichtigt werden. 1962 entwickelte ich daher eine Vielmodentheorie des Lasers, über die ich auf einer Tagung über optische Pumpen in Heidelberg vortrug. Willis Lamb (der Entdecker der Lambshift) hörte zwar nicht meinen Vortrag, hatte mit mir aber daran eine private Diskussion. Dabei stellte sich heraus, dass wir beide zu dem gleichen Ergebnis gekommen waren: über die Wechselwirkung mit den Atomen ergibt sich eine direkte, nichtlineare Wechselwirkung zwischen den Moden. Gemeinsam mit meinem damaligen Diplomanden Herwig Sauermann arbeitete ich diese Theorie, die auf sog. Heisenberg-Gleichungen beruht, weiter aus, was dann 1963 zu Veröffentlichungen führte. Hierbei ergab sich u.a. wie durch die nichtlineare Wechselwirkung z.B. bei einer laufenden Welle nur diese eine selektiert, warum in anderen Fällen Wellen koexistieren können, wie sich Frequenzen in bestimmter Weise verschieben. Dabei ergab sich auch die schon früher bekannte Bedingung für die Entstehung von Laserlicht. 1964 erschien die Arbeit von Willis Lamb, die sich auf den Gaslaser bezog und sich der Haken-Sauermann-Theorie als äquivalent erweist (wir hatten darüber hinaus auch den Festkörperlaser behandelt). Willis Lamb hatte seine Theorie als

„semi-classical“ bezeichnet, weil er das Lichtfeld als klassische Größe, die Atome hingegen quantentheoretisch mit der Dichtematrix behandelte. Trotz dieser Übereinstimmung von Haken/Sauermann und Lamb blieb bei mir (vielleicht auch bei anderen?) ein Unbehagen: Während oberhalb einer bestimmten Energiezufuhr das streng kohärente Laserlicht auftritt, passiert unterhalb der Laserwelle gar nichts – obwohl auch hier das übliche Licht einer Lampe auftritt. Diesen Mangel konnte ich 1964 beheben, wobei sich – wie ich glaubte – erstmalig ein völlig neuer Einblick in die Natur des Übergangs vom ungeordneten Licht einer Lampe zum hochgeordneten Laserlicht ergab [3]. Woraus besteht das Lampenlicht? Betrachten wir als Beispiel das Leuchten einer Gasentladungsröhre, in der Moleküle durch einen hindurch gesandten Strom immer wieder angeregt werden, um dann jeweils einen Lichtwellenzugang auszusenden. Diese Emissionsprozesse erfolgen statistisch völlig unabhängig – Lampenlicht ist also völlig ungeordnet. Ein Verständnis des Laserübergangs wird also Einblick geben, wie aus Unordnung Ordnung entsteht: durch Selbstorganisation.

1.4 Die Quantentheorie des Lasers

Bei seiner Herleitung des Planckschen Strahlungsgesetzes hatte Einstein neben der stimulierten Emission noch zwei weitere Prozesse bei der Wechselwirkung zwischen Licht und Materie betrachtet. Die spontane Emission und die Absorption von Licht. Für mich ist es nach wie vor eine Ironie der Wissenschaft, dass ausgerechnet Einstein entgegen seinem Diktum „der Alte würfelt nicht“ einen Prozess einführte, ein Musterbeispiel für einen Zufallsprozess, nämlich eben der spontanen Emission von Licht, genauer gesagt von einem Lichtquant. Später behandelten Weisskopf und Wigner im Rahmen der Quantenelektrodynamik (die ihre eigentliche Blüte erst viel später erleben sollte) die Ausstrahlung eines Lichtquants von einem angeregten Atom im Detail und fanden insbesondere eine Formel für die sog. natürliche Linienbreite. Nun ist bei einem Laser die Problematik wesentlich komplizierter: Wir haben es mit sehr vielen Atomen (bzw. Molekülen) zu tun, die außerdem von außen immer wieder energetisch angeregt werden. Auch diese Anregungen stellen einen Zufallsprozess vor, den ich 1964 explizit bei den Lasergleichungen berücksichtigte [3]. Diese waren wie schon von Anfang an Operatorgleichungen im Heisenbergbild (Der Leser, die Leserin mögen mir diese termini technici verzeihen; diese sind hier nur für den Fachmann gedacht). Wichtig im jetzigen Kontext sind nur folgende Aspekte: Diese Gleichungen beziehen sich auf eine räumlich vorgegebene Welle („Einmodenlaser“), die aber noch erst zu berechnende Amplituden hat. Diese Mode ist an eine große Zahl (z.B. 10^{16} Atome) gekoppelt. Jedes von ihnen ist durch zwei Größen gekennzeichnet: Das Dipolmoment und die Differenz aus den Besetzungszahlen vom oberen und unteren Energieniveau. Wir haben es also mit einem Vielteilchenproblem mit sehr vielen Freiheitsgraden zu tun. Dieses System wird von außen her angeregt (und gibt z.B. durch die Lichtausstrahlung Energie nach außen ab). Im Sinne der Thermodynamik ist es ein *offenes System*, das an sog. Wärmebäder gekoppelt ist. Durch diese Ankopplung wird das eigentliche Lasersystem vom thermischen Gleichgewicht weggetrieben, oder mit anderen Worten, es operiert *fern vom Gleichgewicht*. Ähnlich wie bei der schon oben besprochenen „halbklassischen“ Lasertheorie konnte ich die vielen Freiheitsgrade der Atome eliminieren und es ergab sich eine ziemlich einfach aussehende Gleichung. Zunächst für den Fachmann: es war eine Differentialgleichung 2. Ordnung für den Erzeugungs- und Vernichtungsoperator von einem Boson (dem Lichtquant), die auch eine Nichtlinearität sowie eine stochastische Rauschkraft enthält – die hier also neu auftrat. Nun für den an diesen Details nicht so Interessierten: Sah man die Operatoren als klassische Größen an, so ergab sich folgendes Bild: Diese klassische Größe – die man als Amplitude der Laserlichtwelle auffassen kann, verhält sich wie ein Teilchen, das sich in der in Abb. 3 gezeigten Gebirgslandschaft bewegt, dabei abgebremst wird, andererseits aber immer wieder durch die völlig unregelmäßigen Stöße der Rauschkraft angestoßen wird. Die Form der Gebirgslandschaft, fachlich ausgedrückt, des Potentials, wird dabei wesentlich von der dem Laser zugeführten Leistung, bestimmt. Hierbei gibt es drei qualitativ verschiedene Bereiche: Bei schwacher Anregung („Pumpstärke“) ergibt sich ein Potential mit nur einem Tal, einem Minimum also. Liegt die Kugel hier, findet keine Ausstrahlung statt. Wird die Kugel durch Stöße den Berg hinaufbefördert, so rollt sie sogleich zurück – jedes Mal wird ein dann abklingender Wellenzug angeregt. Da die Stöße unregelmäßig erfolgen sind die ausgestrahlten Wellenzüge völlig unregelmäßig – das mikroskopische Licht einer Lampe! Wird die Pumpstärke erhöht, so deformiert sich das Tal und wird sehr flach. Die Stöße können die Kugel jetzt sehr weit treiben: die Schwankungen der Lichtamplitude werden groß. Wegen der geringen Neigung der „Bergflanken“ ist zugleich die rücktreibende Kraft klein, sodass die Kugel nur sehr langsam zurückrollt (beide Effekte berechnete ich damals quantitativ). Aber nun kommt das eigentlich Interessante: Wird die Pumpstärke noch weiter erhöht, so verformt sich das Potential qualitativ. Das vorherige Tal weicht einer Kuppe und es tun sich zwei neue Täler auf (ich vereinfache hier etwas: an sich tut sich ein Ringtal auf; für spätere Schlussfolgerungen für die Synergetik tut dies nichts zur Sache).

Für unsere Kugel, deren Lage ja die Größe der Lichtwellenamplitude darstellt, ergeben sich einschneidende Folgerungen: Die bisherige Null-Lage wird instabil – ein kleiner Stoß genügt, um die Kugel aus dieser Lage wegzutreiben. Dabei ergeben sich im jeweiligen Bild zwei neue stabile Lagen. Wohin die Kugel geht, entscheidet die *zufällige* Richtung des Stoßes, der zugleich dafür sorgt, dass die Kugel ihre Null-Lage verlässt. Was bedeutet die Lage der Kugel in einem der neuen Täler? Sie stellt eine von Null verschiedene Amplitude des Lichts dar – das ist der Laserzustand. Mit etwas erhöhter Pumpstärke werden die Täler tiefer und die Abhänge steiler. Dies bedeutet, dass die Stöße die Kugel nur wenig von ihrer jetzigen Ruhelage wegtreiben können: die Amplitudenschwankungen werden sehr klein und die Rückkehrzeiten in die Talsohle (die Relaxationszeiten also) kurz. (Nur noch eine Bemerkung für den Fachmann: Bei dem oben erwähnten Fall eines ringförmigen Tals ist die Amplitude (Abstand der Kugel vom Nullpunkt) stabil, während die Phase in tangentialer Richtung aufgrund der Stöße diffundiert, was zur Linienbreite des Laserlichts führt.)

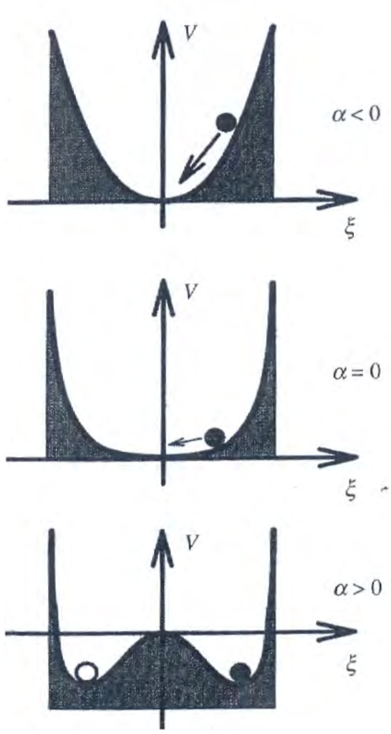


Abb. 3: Ein grundlegendes Beispiel für die Deformationen der Potentiallandschaft eines Ordners bei Änderung eines Kontrollparameters α im Hinblick auf Selbstorganisationsvorgänge. Das sog. Potential *V*, d.h. die Höhe der jeweiligen Stelle im Gebirge, ist gegenüber dem Ordner ξ aufgetragen. Oben: Ist $\alpha<0$, so existiert nur ein Tal. Die hinabgleitende Kugel findet ihre Ruhelage bei $\xi=0$. Mitte: In diesem Fall ist das Tal sehr flach geworden. Bei Vorhandensein von Stößen auf die Kugel kommt es zu *kritischen Fluktuationen*. Da das Tal sehr flach ist, ist die rücktreibende Kraft gering, und die Kugel rollt nur langsam zurück, wenn sie ausgelenkt wird (*kritisches Langsamerwerden*). Ist schließlich $\alpha>0$, so bilden sich zwei Täler aus. Die ursprüngliche stabile Lage bei $\xi=0$ wird instabil. Die Kugel kann nun zwei Positionen einnehmen, aber im konkreten Fall nur eine realisieren (*Symmetriebruch*).

Fassen wir zusammen: Die Änderung der von *außen her kontrollierten* Pumpstärke bewirkt eine qualitative Änderung der Potential-„Landschaft“. Als Folge davon wird die im Wesentlichen durch die zufälligen Stöße regierte und daher *ungeordnete* Ausstrahlung (das Licht einer *Lampe*) durch das Laserlicht mit seiner *stabilen* Amplitude, das dadurch hochgeordnet und somit kohärent wird, abgelöst. Dabei spielen die Schwankungen praktisch keine Rolle, obgleich sie für den *Anstoß* (Verlassen das „Nullzustands“) *unerlässlich* sind (Abb. 4). Dem, was ich hier veranschaulichend geschildert habe, liegt in meiner 1964 erschienenen Arbeit eine detaillierte Quantentheorie zugrunde.

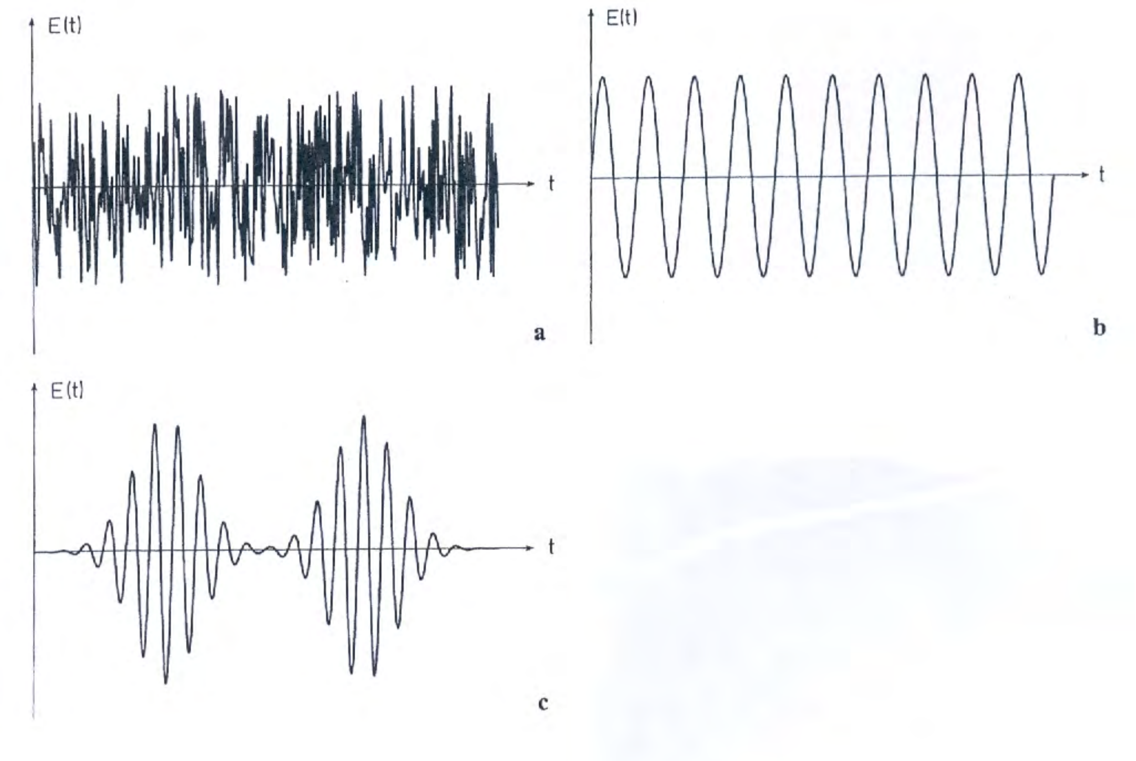


Abb. 4: Schematisch a) Feldstärke *E(t)* als Funktion der Zeit im Falle einer Lampe b) *E(t)* im Falle eines (Monomode-)Lasers c) *E(t)* im Falle ultrakurzer Pulse

An dieser Stelle seien, dem Charakter des vorliegenden Textes entsprechend, einige historisch relevante Bemerkungen eingefügt. Als ich noch vor der Veröffentlichung einem Fachkollegen aus den USA meine Ergebnisse mit der Potentiallandschaft vortrug, meinte er, dass der Bereich mit den beiden Tälern nie erreicht werden könne, sondern lediglich die Linienbreite des Laserlichts immer schmäler werde. Dies entspricht in der Tat der damaligen Auffassung wie sie bereits im Acronym „Laser" zum Ausdruck kommt und die in deutscher Übersetzung lautet: Licht *Verstärkung* durch stimulierte Emissionen von Strahlungen. Dass das Laserlicht hingegen eine *stabile* Amplitude besitzt, wurde erst 1965 von Armstrong und Smith experimentell gezeigt [4]. Wie die mathematische Analyse zeigt, ist für die stabile Amplitude des Laserlichts eine *Nichtlinearität* in der Lasergleichung verantwortlich – alle vorausgegangenen Arbeiten zur Laserausstrahlung waren hingegen *linear*.

1.5 Grundlegende Einsichten und Konzepte

Fassen wir unsere am Laser gewonnenen Erkenntnisse zusammen: Hier wurde erstmalig deutlich, wie im (scheinbaren) Widerspruch zum zweiten Hauptsatz der Thermodynamik Ordnung aus Unordnung entstehen kann: Der Laser ist ein *offenes* System, das an Wärmebäder verschiedener Temperatur gekoppelt ist, so dass ständig Energie hinein, aber auch abgeführt wird. Schrödingers Konzept der „Negentropie" greift hier nicht. Schon die Änderung eines einzigen (pauschalen)

Parameters (der Pumpstärke) führt zu einer Änderung des Gesamtverhaltens. Wir bezeichnen einen derartigen Parameter als

Kontrollparameter.

Überschreitet er einen kritischen Wert, so ruft dies eine

Instabilität

hervor. An ihr tendiert das System dazu, seinen bisherigen Zustand zu verlassen. Dabei entsteht eine praktisch nicht mehr fluktuierende Lichtamplitude. In späteren Arbeiten (1968/70) haben Graham und ich [5,6] diese in Anlehnung an die Landau- bzw. Ginzburg-Landau-Theorie [7] der Supraleitung als

Ordnungsparameter

bezeichnet. Dieser beschreibt den makroskopischen Ordnungszustand – das kohärente Laserlicht also.

Darüber hinaus besitzt der Ordnungsparameter noch eine zweite fundamentale Eigenschaft. Wie ich weiter oben schon sagte, konnte ich die zahlreichen Freiheitsgrade der Atome *eliminieren*. Dies beruhte darauf, dass ich die atomaren Größen (Dipolmomente, Besetzungszahlen) explizit durch die Lichtwellenamplitude – den Ordnungsparameter – ausdrücken konnte. Physikalisch ausgedrückt: der Ordnungsparameter legt das Verhalten der Atome fest. Später habe ich das als

Versklavungsprinzip

ausgedrückt: Der Ordnungsparameter *versklavt* das Verhalten der einzelnen Teile.

In den auf 1964 folgenden Jahren wurde die Quantentheorie des Lasers sowohl von meiner Stuttgarter Gruppe als auch von anderen Wissenschaftlern ausgebaut. Hierauf einzugehen, würde den Rahmen meines Beitrags sprengen. Zugleich kann ich auf die historisch angelegte, umfassende Darstellung von Bernd Kröger (2013) verweisen.

Jedenfalls gestaltete sich die weitere Entwicklung der Quantentheorie des Lasers mit ihren zwar verschiedenen, jedoch aber äquivalenten Methoden zu einem echten Wettrennen, wobei wir den anderen stets einen Schritt voraus waren. Wie wir weiter unten sehen werden, wurden die Konzepte Ordnungsparameter und Versklavung wichtige Pfeiler für das Gebäude der Synergetik.

1.6 Herbert Fröhlich und die Versailler Tagungen

Der Name Herbert Fröhlich war mir schon zu meiner Studentenzeit geläufig. Sein Buch „Elektronentheorie der Metalle“ war für uns eine „Bibel“ [8]. Bei meinen Literaturstudien stieß ich auf seine fundamentale Arbeit über das Fröhlich-Polaron, die die Wechselwirkung eines Elektrons mit den Schwingungen von Atomen eines Kristallgitters behandelt und insbesondere zeigt, dass sich dadurch die effektive Masse des Elektrons und „Selbstenergie“ ändern. Fröhlich erkannte als erster, dass auch die bis dahin völlig rätselhafte Supraleitung auf der Wechselwirkung der Metall-Elektronen mit den Gitterschwingungen beruht – eine zunächst völlig kontra-intuitive Einsicht, hatte doch Felix Bloch gezeigt, dass der elektrische Widerstand gerade auf dieser Wechselwirkung beruht. Meiner Ansicht nach hätte Fröhlich hierfür den Nobelpreis verdient. Immerhin wurde er mit der Max-Planck-Medaille geehrt. Fröhlich musste als Jude Deutschland schon frühzeitig verlassen und wurde schließlich – nach abenteuerlichen Zwischenstationen – Professor in Liverpool. Dorthin lud er mich 1959 ein, woraus sich eine langjährige Freundschaft entwickelte. Nachdem ich 1960 meine Professur in Stuttgart angetreten hatte, lud ich Fröhlich, den ich auch wegen seiner menschlichen Ausstrahlung und Klugheit sehr schätzte, zu Gastvorlesungen ein. Dort trug er über seine Idee vor, dass hochangeregte elektrische Polarisationsschwingungen das Wachstum biologischer Zellen steuern.

Wie mir Fröhlich damals erzählte habe er bei einem Urlaub mit seiner Frau Fanchon in Österreich einen Herrn Maurice Marois kennengelernt. Marois war Professor für Medizin an der hochangesehenen Sorbonne und gleichzeitig Direktor des „Institut de la vie". Wenn ich Fröhlich recht verstanden habe, verfügte dieses Institut über finanzielle Mittel, die es nun für wissenschaftliche/humanitäre Zwecke anzulegen galt. Fröhlich schlug (nach seinen Worten) Marois vor, Tagungen mit dem Titel „de la physique theorique á la biologie" zu veranstalten. Ab 1967 führte dann Marois in zweijährigem Abstand derartige Tagungen durch. Offenbar verfügte Marois über gute Beziehungen zur französischen Hochfinanz und Industrie (BNP, Peugeot etc.) und zum dortigen Hochadel. Es gelang ihm die hervorragendsten Gelehrten auf dem Gebiet der Lebenswissenschaften und verwandter Gebiete zu Vorträgen zu gewinnen, darunter auch Nobelpreisträger. Ich muss es mir hier versagen, auf den glanzvollen Rahmen einzugehen: Wir wohnten im Trianon Palace Hotel in Versailles, die Tagung selbst fand im Versailler Schloss statt. Wie ich später hörte, stieß der elitäre Stil der Tagung auf Kritik bei französischen Wissenschaftlern – man schrieb dann das Jahr 1968, das Jahr der französischen Studentenrevolution. Doch zurück zu den Tagungen selbst, die von den Teilnehmern unterschiedlich wahrgenommen wurden: Auf einer der ersten Tagungen sagte Felix Bloch (ein Physiknobel-preisträger, dem wir die Quantentheorie der elektrischen Leitung in Metallen sowie die Bloch-Gleichungen der Spinresonanz verdanken) bei seiner Tischrede „this (meeting) is an assembly of the high priests of science", wohingegen Manfred Eigen, allerdings im privaten Kreis vom „Institut de la bonne vie" sprach. Mein eigener Eindruck war, dass nicht nur der äußere Rahmen, sondern auch die Vorträge unter dem Aspekt der Repräsentation standen. Viele Vorträge waren ein Solitär und gaben eine hervorragende Information über den neuesten Stand eines jeweiligen Spezialgebiets. Darunter waren Vorträge, die mir bis heute im Gedächtnis geblieben sind. So z.B. von Bela Julesz von den Bell Laboratorien über das räumliche Sehen. Blickte man z.B. auf zwei von Julesz konstruierte „random dot patterns" in den Farben grün bzw. rot, so erkannte man nur Unordnung. Sah man durch eine rot/grüne Brille, so wuchs einem förmlich eine Spirale entgegen. An die richtungsweisende Arbeit von Wilson/Cowan über die Bildung raum-zeitlicher Erregungsmuster im Gehirn denke ich noch heute. So sollten z.B. bestimmte Muster, etwa Spiralen oder konzentrische Wellen wahrgenommen werden, wie diese nach Einnahme von Drogen (LSD) tatsächlich als Halluzination erscheinen. Daneben gab es Vorträge über Biomoleküle, die mir fremd waren, so klingt mir das Wort vom „cytochrome c", das bei der Atmungskette wesentlich ist, noch heute im Ohr.

Daneben war es die Zeit der genetischen Codes, dessen Entdeckung durch Crick und Watson kurz zuvor (1962) durch den Nobelpreis gewürdigt worden war und seinen Niederschlag in Vorträgen fand.

Im Gegensatz zum Titel der Tagungen „Von der Theoretischen Physik zur Biologie“ gab es aber zu meiner Überraschung nur wenige Vorträge, die tatsächlich versuchten, eine Brücke von der theoretischen Physik zur Biologie zu schlagen. Die Ausnahme war der schon oben erwähnte Vortrag von Fröhlich, der zu heftigen Diskussionen führte, ebenso wie sein später gemachter Vorschlag, die Geruchswahrnehmung auf molekulare Schwingungen zurückzuführen. Ein Diskutant führte sogleich ein Gegenbeispiel ein: Isomere haben das gleiche Schwingungsspektrum. Trotzdem riecht bei einem bestimmten Stoff die eine Form gut, die andere übel. Ein anderer, damals schon sehr bekannter Wissenschaftler war der Physiko-Chemiker Ilja Prigogine. Sein Hauptarbeitsgebiet war die Thermodynamik, deren zentraler Begriff die „Entropie“ ist – die zugleich ein Maß für Unordnung ist [9]. Wie kommt es, dass im Gegensatz zum 2ten Hauptsatz der Thermodynamik, nach dem die Entropie, die Unordnung, also zunehmen sollte, bei biologischen Systemen ein hoher Ordnungsgrad erreicht wird? Schrödinger hatte, wie schon oben erwähnt, in seinem berühmten Buch „ What is Life“ den Vorschlag gemacht, dass biologische Systeme aus der Umgebung, z.B. in Form von Nahrung „Negentropie“ aufnehmen. Prigogine betrachtete unter dem Blickwinkel der Entropie-Abnahme u.a. experimentelle Ergebnisse russischer Forscher, Belousov und Zhabotinski. Diese hatten gefunden, dass bei bestimmten chemischen Reaktionen spontan großräumige raum-zeitliche Muster, z.B. Spiralen oder kreisförmige Strukturen entstehen – Zustände höherer Ordnung gegenüber dem homogenen, strukturlosen Zustand also (siehe zu diesem Themenkreis Beiträge von Peter Plath). Mir schien es, dass Prigogines Prinzipien (z.B. Exzessentropieproduktion) zu kurz griffen, um Strukturbildungen zu erklären. Wie ich heute weiß, bin ich mit meiner kritischen Haltung nicht allein geblieben. Auch Rolf Landauer gehörte zu den frühen Kritikern.

Alles in Allem wuchs in mir die Erkenntnis, dass hier ein grundlegend neuer Ansatz fehlte. Dies führte mich zu einer Fragestellung, die mich nicht wieder los ließ: Gibt es, auf einer genügend abstrakten Ebene, Prinzipien, die gleichermaßen für Physik, Chemie und Biologie gelten? Dabei sollte es sich *nicht* um eine Rückführung biologischer Gesetze auf die der Physik, einen Reduktionismus also, handeln, sondern um *auch* für die Biologie *charakteristische* Gesetzmäßigkeiten. Als die Physik, Chemie und Biologie verbindende Fragestellung erschien mir: Wie entsteht Ordnung aus Unordnung, was bringt die einzelnen Elemente eines Systems dazu hochgeordnete Strukturen zu bilden? Wie löst sich der Widerspruch zum zweiten Hauptsatz? Hier boten sich die Einsichten, die ich beim Laser (s.o.) gewonnen hatte, gewissermaßen als „Aha-Erlebnis“ an. Aber vielleicht war der Laser nur ein singulärer, atypischer Fall? Oder, mit anderen Worten, gibt es auch Unordnungs-Ordnungsübergänge in ganz anderen Gebieten als der Physik? Bevor ich mich mit dieser Frage befasse, noch eine persönliche Bemerkung. Für mich waren die Begegnungen mit einer Reihe von Wissenschaftlern sehr eindrucksvoll. So lernte ich Manfred Eigen und Ilja Prigogine persönlich kennen, was dann zu weiteren späteren Kontakten führte. Während mich Prigogine mehrfach nach Brüssel einlud und Mitarbeiter an meine Tagungen entsandte, lud mich Eigen regelmäßig zu seinen alljährlichen Winterseminaren nach Klosters ein. Während dort die erste Woche in gewissen Sinne Biomolekülen galt (wovon ich wenig verstand), befasste sich die zweite mit systemischen Aspekten, die mich als „Synergetiker“ natürlich besonders interessierten. Es ist schade, dass es über diese Seminare, zu denen Eigen stets erstklassige Wissenschaftler als Redner gewinnen konnte, anscheinend keine schriftlichen Aufzeichnungen gibt (die meisten Vortragenden schätzten natürlich den ungezwungenen Stil, der mit keinen Manuskript-Verpflichtungen verknüpft war).

2 Ein neuer Ansatz

2.1 Der Weg zur Synergetik

Fahren wir mit der Frage des vorhergehenden Abschnitts nach Unordnungs-Ordnungs-Übergängen fort. Derartige Prozesse waren bei physikalischen Systemen im *thermischen* Gleichgewicht, als „Phasenübergänge“ eine wohlbekannte Erscheinung: das Gefrieren von Wasser zu Eis, der Übergang vom unmagnetischen zum magnetischen Zustand beim Eisen (Ferromagnetismus), der Übergang von der ungeordneten Bewegung der Elektronen in Metallen zum hochgeordneten elektrischen Strom der Supraleitung, um hier nur wenige Beispiele zu nennen. Überdies gehorchten diese Erscheinungen universellen Gesetzmäßigkeiten. Sollten nicht auch universelle Gesetzmäßigkeiten für Systeme fern von Gleichgewicht gelten? Und gibt es weitere Beispiele für derartige physikalische und vielleicht auch nichtphysikalische Systeme? Bald kamen solche Beispiele von ganz anderer Seite auf mich zu. Der eine Anlass war die Revolte französischer Studenten 1968. Mein Kollege Wolfgang Weidlich und ich diskutierten damals die Frage, wie es zu solchen Massenbewegungen kommen kann. Er entwickelte damals ein Modell, das auf einer Analogie zum Ising-Modell des Ferromagnetismus beruhte [10]. Jedenfalls gab es hier nun ein soziologisches Modell für die Entstehung einer kollektiven Meinung als *Unordnungs-Ordnungsübergang* (Meinungsvielfalt ➔ einheitliche Meinung) in einem nichtphysikalischen System. Weidlich hat diesen seinen grundlegenden Ansatz in einer umfassenden Weise zu seiner Soziodynamik ausgebaut [11]. Das zweite Beispiel kam aus der Biologie. Hier wurde ich 1968 mit Arbeiten von Manfred Eigen vertraut, der eine Theorie der Entwicklung von molekularen Spezies entwickelt hatte [12]. Wie kommt es, dass sich sozusagen aus einer „Molekülsuppe“ eine bestimmte biologisch relevante Molekül-Spezies herausbildet? Zu meiner Überraschung waren Eigens Gleichungen praktisch identisch mit solchen der Haken-Sauermann-Theorie für Photonenzahlen, vgl. [13]! Dies war natürlich ein starker Hinweis darauf, wie weitverbreitet Phasenübergänge in Nichtgleichgewichts-Systemen doch sein können. Manfred Eigen und Peter Schuster führten dann Eigens Theorie weiter – der inzwischen berühmten Theorie der Hyperzyklen [14]. Doch zurück zu meiner Zielsetzung der Suche nach einem wahrhaften interdisziplinären Gebiet. Nachdem ich also nun überzeugt war, dass dies ein wohlbegründetes Unterfangen war, machte ich mich auf die Suche nach einer passenden Bezeichnung, die ich aus dem Altgriechischen entnehmen wollte. Dabei half mir mein Freund und Kollege Hans Christoph Wolf, der mich davon abbrachte, das Wort „Synkamnetik“ zu verwenden, und stattdessen „Synergetik“ vorschlug. Ich verwendete dieses Wort erstmalig (1970) in einer gemeinsam mit meinem Mitarbeiter Robert Graham abgehaltenen Vorlesung. Inzwischen (1969) hatte ich nämlich mit ihm gemeinsam eine Vorlesungsreihe über diese neuartigen Nichtgleichgewichtsübergänge begonnen. In sie flossen unsere Ergebnisse (Graham und Haken, 1968, 1970) ein, die meine Theorie des Einmodenlasers auf einen Laser mit *kontinuierlich vielen* Moden ausdehnten. Hierbei ergab sich insbesondere eine frappierende Analogie zu der berühmten Ginzburg-Landau-Theorie der Supraleitung – ein schönes Beispiel für einen Phasenübergang. (Wie wir wissen, wurde die entsprechende Landau- bzw. Ginzburg-Landau-Theorie der Phasenübergänge inzwischen durch die Renormierungsgruppentheorie von Kenneth Wilson abgelöst, was aber keine Auswirkung auf die Theorie der Nichtgleichgewichtsphasenübergänge hat).

Schließlich veröffentlichte ich mit Robert Graham (nach seinem anfänglichen Zögern) in der Umschau für Naturwissenschaft und Technik einen Artikel „Synergetik – die Lehre vom Zusammenwirken“ [1]. Von mir wurde diese Veröffentlichung von der Überzeugung getragen, dass wir am Anfang einer neuen weitreichenden Forschungsrichtung stehen und dass es sich lohnt, nach tiefgreifenden Analogien im Verhalten anscheinend ganz verschiedener Systeme aus Physik, Chemie, Biologie, Soziologie etc. zu suchen. Meiner Ansicht nach helfen solche Analogien, um anhand bekannter Systemvorgänge auch solche in anderen Systemen zu verstehen und zu modellieren. Ich werde darauf noch später eingehen. Daneben war mir bewusst, dass mit der von uns in den Vordergrund gestellten Phasenübergangsanalogie die Möglichkeit, weitere Analogien und allgemeine Gesetzmäßigkeiten aufzufinden, keineswegs ausgeschöpft waren. Ein schönes Beispiel ist die sich damals entwickelnde Chaostheorie, in die, wie ich weiter unten zeigen werde, die Synergetik wesentlich hineinspielt. Fassen wir als Definition der Synergetik zusammen: Die *Synergetik* ist ein interdisziplinäres Forschungsgebiet, das sich theoretisch und experimentell mit Systemen aus vielen (gleichen oder ungleichen) Teilen befasst. Es handelt sich um offene Systeme in die Energie, Materie und/oder Information hinein- und hinausfließen. Im Vordergrund stehen solche Prozesse, bei denen sich durch Selbstorganisation der makroskopische Zustand des Systems qualitativ ändert (Emergenz neuer Qualitäten). Dabei sucht die Synergetik nach Prinzipien, die unabhängig von der speziellen Art der Teile sind. Diese Teile können Atome, Moleküle, Photonen, biologische Zellen, Neurone, Menschen in der Gesellschaft, Unternehmen in der Wirtschaft etc. sein.

2.2 Warum „Prinzipien“?

Warum soll man aber in der Wissenschaft überhaupt nach Prinzipien, allgemeinen Gesetzmäßigkeiten, suchen?

Angesichts der Fülle der Erscheinungen in der Natur (aber auch in der Gesellschaft) besteht seit jeher der Drang, diese Fülle zu ordnen. Hierzu gibt es berühmte Beispiele: Mendelejews System der chemischen Elemente, Linne´s System der Pflanzenwelt, bis hin zur Vereinigung von Elektrizität und Magnetismus durch Maxwells Gleichungen oder gar zu Einsteins allgemeiner Theorie der Vereinigung von Raum, Zeit, Materie. In der Physik wird auf der Ebene der Elementarteilchen eine umfassende Theorie gesucht. Was ist der „Nutzen“ solcher Gesetze? Meiner Ansicht nach zweierlei:

1) Eine tiefe Befriedigung für den forschenden Geist auf dem Weg zu einem Verständnis „was die Welt im Innersten zusammenhält“ (Goethe).
2) Eine weitreichende Denkökonomie, oder anders ausgedrückt: eine Komplexitätsreduktion.

Es gibt also leuchtende Vorbilder bei der Suche nach „Prinzipien“.

2.3 Ein erster Rückblick auf die Entwicklung der Synergetik

Versetzen wir uns in die Jahre um 1970. Wie ein russischer Physiker, ich glaube Yuri Klimontovich, konstatierte, gleicht die Wissenschaft Bergwerken mit ihren Schächten. Jeder Wissenschaftler (Bergmann) gräbt sich immer tiefer hinein und sieht dabei nicht mehr, was in den anderen Schächten (eben anderen Disziplinen) passiert. So mussten zunächst auch bei dem Phänomen der Strukturbildung in Systemen fern vom Gleichgewicht die erst durch die Synergetik aufgedeckten tiefgehenden Analogien verborgen bleiben. Zunächst waren derartige Strukturbildungen bei großräumigen chemischen Reaktionen und in der Flüssigkeitsdynamik bekannt. Der Physikochemiker Ilya Prigogine suchte, ausgehend von der Thermodynamik [9], insbesondere der der irreversiblen Prozesse, nach einem allgemeingültigen Prinzip. Indem er, völlig zu Recht, die Dissipation als fundamentalen Prozess ansah, nannte er die auftretenden Strukturen „dissipative Strukturen“. In der Tat funktionierte keine Wärmekraftmaschine ohne ausreichende Kühlung. In der Fortführung der Schrödingerschen Negentropie stellte Prigogine seine Prinzipien der maximalen Entropieerzeugung und der maximalen Exzessentropie-Erzeugung auf. Beide Ansätze erwiesen sich aber nicht als tauglich, um Strukturbildungen in Nichtgleichgewichtssystemen zu verstehen oder gar zu berechnen. Wie wir inzwischen wissen, ist die Entropie nicht die bei diesen Prozessen maßgebende Größe. Es sind dies vielmehr Erzeugungs- und Vernichtungsraten der jeweils am individuellen Prozess beteiligten Größen. (In meiner Laserarbeit von 1964 waren dies die (netto) Verstärkungsrate der Lichtfeldamplitude, sowie die Relaxationsraten von atomarer Inversion und atomarem Dipolmoment).

1968 formulierten Prigogine und Lefever [15] sog. Reaktions-Diffusions-Gleichungen, um die Strukturbildung bei einer bestimmten chemischen Reaktion (der Belousov-Zhabotinski-Reaktion) zu modellieren (s. auch [16]). Sie erweiterten dabei in wesentlicher Weise ein inzwischen berühmt gewordenes Modell von Alan Turing [17] (der auch „Vater“ der Turing-Maschine ist), das die Differenzierung biologischer Zellen mit Hilfe eines Stoffaustausches und der Reaktionen zweier Molekülarten erklärte. Die Nicolis-Prigogine-Gleichungen waren von einem Typus, der sich später von mir gut in den Rahmen der Synergetik einfügen ließ (weiteres s. unten).

In unseren Rahmen passten auch die Gleichungen von Gierer und Meinhardt [18], die die Musterbildung im Tier- und Pflanzenreich auf bestimmte Reaktions- und Diffusionsgleichungen für das Wechselspiel zwischen Aktivator- und Inhibitormolekülen zurückführten. Schließlich seien hier nochmals Eigens Gleichungen erwähnt, die mathematisch gesehen – wie auch die eben genannten – die Struktur von Evolutionsgleichungen hatten: Wie entwickeln sich Stoffkonzentrationen im Laufe der Zeit? Allerdings war die Klammer, die Laser, chemische Reaktionen, biologische Musterbildung, und auch die Musterbildung in Flüssigkeit verbindet, noch nicht deutlich. Dazu war eine höhere abstrakte Ebene nötig, die in der *Mathematik* angesiedelt sein musste. Damit wuchs die Synergetik über eine Naturwissenschaft hinaus und ebnete ihren Weg in ganz andere Gebiete, etwa die Soziologie und Psychologie, um nur einige Beispiele zu nennen. Wichtig erschien mir zugleich, dass die Synergetik stets Bezüge zu ganz konkreten Phänomenen herstellt. Dies war für mich einer der Gründe, immer wieder Symposien über dieses Gebiet zu veranstalten und die Springer Series in Synergetics (mit ihren dann zahlreichen Bänden) herauszugeben.

3.4 Das erste Synergetik-Symposium 1972 in Elmau

Die Tatsache, dass Phasenübergangs-ähnliche Erscheinungen in ganz verschiedenen Wissensgebieten auftreten, weckte in mir die Überzeugung, dass diese weit verbreitet sein müssten und dass es eine wichtige Aufgabe sei, diese Art von Phänomenen zusammenhängend zu untersuchen. Hinzu kam ein Vorbild aus der Physik: Um 1970 herum wurden Phasenübergänge von Systemen im *thermischen Gleichgewicht* von einem einheitlichen Gesichtspunkt aus untersucht (Für den Fachmann: Skalengesetz, Renormierungsgruppe etc., verknüpft mit Namen wie Fisher, Kadanoff und insbesondere Wilson).

Ich kam mir damals vor etwa wie ein Forschungsreisender, der ein neues Territorium entdeckt hat und es sogleich mit einem Namen versieht. Dies war sicherlich mit ein Anlass, „unser“ neues Gebiet „Synergetik – die Lehre vom Zusammenwirken“ zu nennen. Der schon erwähnte Haken/Graham-Artikel in der Umschau in Wissenschaft und Technik war ein (vielleicht zu zaghafter) Versuch, das Synergetikkonzept öffentlich zu machen.

Jedenfalls wollte ich dieses Gebiet nun mit Hilfe einer Tagung weiter voranbringen, bei der weitere Phasenübergangs-ähnliche Phänomene behandelt werden und das Ganze in einen breiten Kontext gestellt wurde. Die Tagung, die vom Bayerischen Staatsministerium für Wissenschaft finanziell unterstützt wurde, fand dann (1972) in Schloss Elmau in Oberbayern statt.

An diesen wunderbaren Begegnungsort erinnere ich mich noch heute mit großer Freude – doch muss ich es mir versagen, auf manche schöne Anekdote einzugehen. In meinem Einleitungsvortrag, der sich dann in den Konferenz-Proceedings 1973 wiederfindet [19], umriss ich die Fragestellung der Synergetik mit den Worten (deutsche Übersetzung):

> "In vielen wissenschaftlichen Disziplinen beschäftigen wir uns mit Systemen die aus vielen Teilsystemen bestehen. [Es folgen einige Beispiele]. Sehr oft können die Eigenschaften großer Systeme nicht durch eine bloße Überlagerung der Aktivitäten der Untersysteme erklärt werden.
>
> Ganz im Gegenteil verhalten sich die Untersysteme wohlorganisiert, so dass sich das Gesamtsystem in einem geordneten Zustand befindet, oder Aktionen zeigen, die man sogar als sinnvoll bezeichnen würde. Darüber hinaus beobachtet man oft mehr oder weniger abrupte Wechsel zwischen Unordnung und Ordnung oder Übergänge zwischen verschiedenen Zuständen von

> Ordnung. Damit erhebt sich die Frage: Wer sind die geheimnisvollen Dämonen, die den Untersystemen sagen, wie sie sich verhalten sollen, oder, in einer mehr wissenschaftlichen Sprache: welche sind die Prinzipien, durch die Ordnung geschaffen wird?"

Meine Sätze gegen Ende der Einleitung kennzeichneten den damaligen Stand des Synergetik-Konzepts und wiesen auf den weiteren Entwicklungsweg hin:

> „Unsere obigen Betrachtungen zeigen klar, dass das Konzept des Ordnungsparameters äußerst nützlich ist, um Multikomponentensysteme zu beschreiben. Bislang haben wir indessen kaum etwas gesagt, wie man die adäquaten Gleichungen erhalten kann. Wir führen hier einige Möglichkeiten auf:
>
> a) Ableitung von einer mikroskopischen Theorie …
> b) Benutzung allgemeiner Prinzipien, z.B. Symmetrie-Prinzipien …
> c) durch Plausibilitätsargumente …“

Wie wir in meinem jetzigen Beitrag sehen werden, führte die Verfolgung des Programmpunkts a) u.a. zur Formulierung des „Versklavungsprinzips“, während c) zu einer „phänomenologischen Synergetik“ führte, die z.B. Anwendungen bei der Modellierung komplexer biologischer Vorgänge fand. Nach dieser kleinen Vorausschau zurück zu meiner damaligen Einleitung (1972/73).

> „Ich hoffe, dass er [Zuhörer/Leser] den Eindruck erhalten hat, dass trotz der ganz verschiedenen Natur der Systeme ihr Verhalten, auf einem wohl definierten Betrachtungsniveau, durch wenige sehr allgemeine Prinzipien regiert wird, was eine Erklärung für das oft verblüffend ähnliche Verhalten derartiger Systeme bietet.“

Im Vorgriff auf meine weiteren Ausführungen sei das eben genannte „wohl definierte Betrachtungsniveau“ näher erläutert: In der Synergetik betrachten wir (vornehmlich) solche Situationen, in denen sich das *makroskopische* Verhalten eines Systems *qualitativ* ändert. Das sind aber gerade die Übergänge von Unordnung zu Ordnung oder von einem Ordnungszustand zu einem anderen.

Und damit komme ich zu einem Aspekt, der u.a. auch die Neuheit der Synergetik-tagung(en) gegenüber den Versailler Tagungen markiert: Ausgehend von Phasenübergangs-ähnlichen Erscheinungen eine Strategie zu entwickeln, um das Phänomen der Selbstorganisation von einem einheitlichen Gesichtspunkt zu untersuchen – theoretisch *und* experimentell.

2.5 Weitere Synergetik-Symposien: Eine Auswahl

Dank einer großzügigen Unterstützung des Synergetik-Projekts durch die VW-Stiftung war es möglich, eine Reihe weiterer Symposien in Elmau zu veranstalten, die dann jeweils neue Anwendungsgebiete der Synergetik ausleuchten sollten und dabei zu intensivem Gedankenaustausch zwischen meiner Gruppe und anderen Wissenschaftlern führten. (In Gesprächen höre ich immer wieder, dass sich viele noch gerne an diese Tagungen erinnern). Hier seien nur einige Titel der Tagungen genannt, die ihren Niederschlag in Proceedings-Bänden der Springer Series in Synergetics fanden[1].

- Pattern Formation by Dynamic Systems and Pattern Recognition, Vol. 5, 1979
- Evolution of Order and Chaos, Vol. 17, 1982
- Synergetics of the Brain, Vol. 23, 1983
- Temporal Order, Vol. 29, 1984
- Computational Systems – Natural and Artificial, Vol. 38, 1987
- Synergetics of Cognition, Vol. 45, 1989
- Neural and Synergetic Computers, Vol. 42, 1988

2.6 Anwendungen in Physik, Chemie, Biologie

In den Jahren nach 1970 behandelte ich gemeinsam mit meinen Mitarbeitern frühere Themen weiter, so z.B. im Rahmen der Festkörperphysik die Exzitonentheorie oder im Rahmen der Laserphysik die Theorie ultrakurzer Pulse. Zum anderen behandelten wir zunehmend unter dem Aspekt der Synergetik Strukturbildungsprozesse im weiteren Gebiet der Physik, aber auch in Chemie und Biologie. Den Umfang unserer Arbeiten kann ich hier nur andeuten. Diese bezogen sich

1) auf die Entwicklung allgemein gültiger Gleichungen für Strukturbildungen in physikalischen Nichtgleichgewichtssystemen sowie in chemischen und biologischen Systemen. Die entsprechenden Gleichungen, die ich „Verallgemeinerte Ginzburg-Landau-Gleichungen“ nannte, erläutere ich kurz in Abschnitt 5.5. (Im Gegensatz zu den phänomenologisch formulierten Ginzburg-Landau-Gleichungen der Supraleitung leitete ich diese aus first principles her).

2) Wir behandelten konkrete Fälle. Zur Illustration sei auf Abb. 5 verwiesen, die ein Beispiel aus der Flüssigkeitsdynamik zeigt. Eine Fülle weiterer Strukturbildungsphänomene war damals ebenfalls Gegenstand unserer Untersuchungen, wobei ich die Arbeiten von Friedrich, Bestehorn, Marx u.a. besonders hervorheben möchte (Vgl. Abb. 6,7). Übersichten, insbesondere auch über Anwendungen in der Biologie, finden sich auch bei [20].

[1] siehe die Webseite http://www.embodiment.ch für eine vollständige Liste der Synergetik-Tagungen und Proceedings-Bände

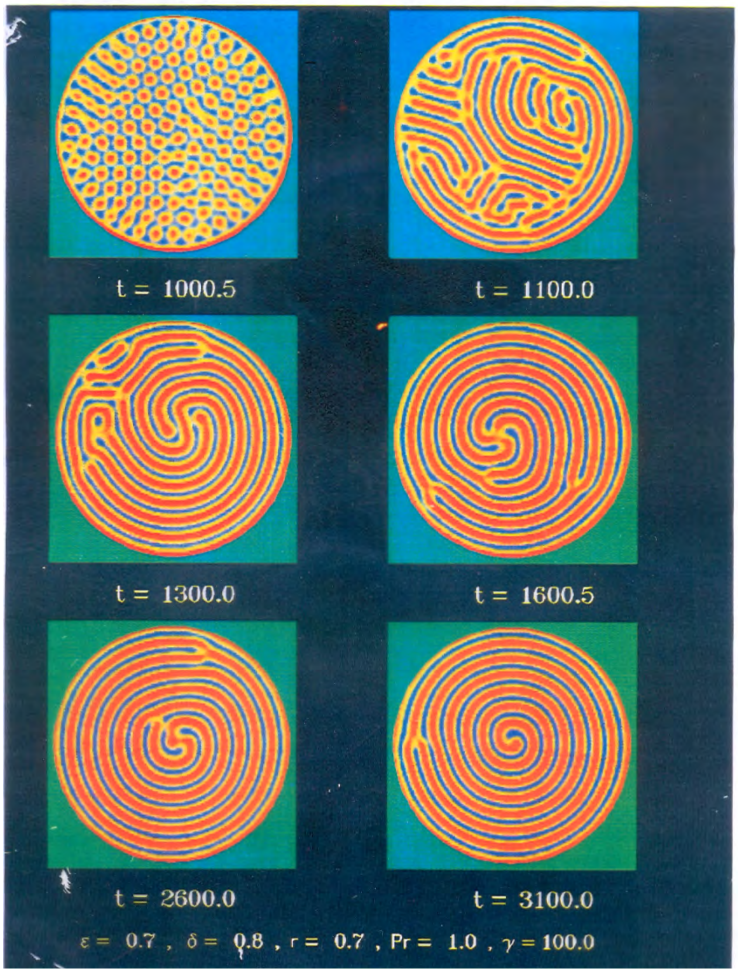


Abb. 5: Strukturbildung in einer von unten gleichmäßig erhitzten Flüssigkeitsschicht. Links oben: Ausbildung von Konvektionszellen. Wird gleichzeitig der Rand erhitzt, so tritt eine Umstrukturierung auf, bei der sich Spiralen ausbilden. (Bestehorn, M., Fantz, M., Friedrich, R., Haken, H. (1993) Hexagonal and spiral patterns of thermal convection. Phys. Lett. A 174, 48-52)

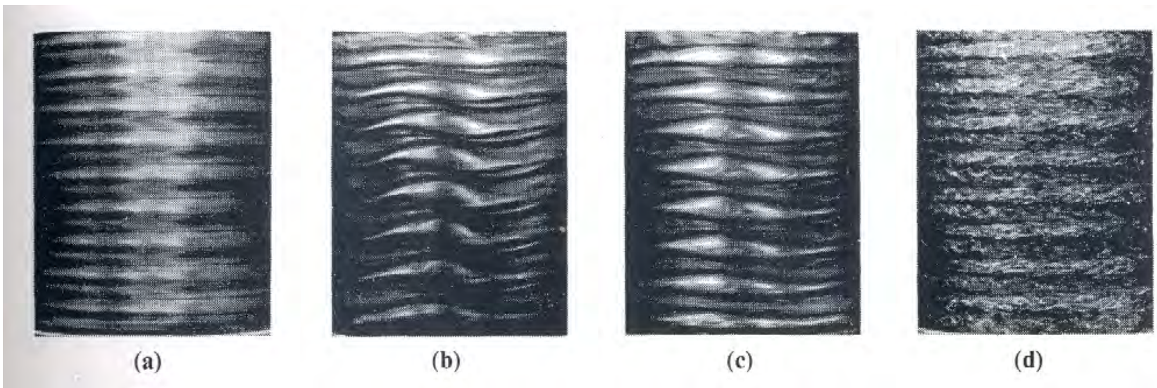


Abb. 6: Die beobachtete Instabilitäts-Hierarchie beim Taylor-Experiment. Eine Flüssigkeit befindet sich in zwei koaxilaren Zylindern, von denen der innere rotiert. a) Von einer kritischen Rotations-geschwindigkeit an bilden sich Flüssigkeitsrollen. b) Bei einer zweiten Schwelle beginnen die Rollen eine Oszillation. c) Bei einer dritten Schwelle setzt eine kompliziertere Oszillation ein. d) Bei weiter erhöhter Geschwindigkeit entsteht eine chaotische Bewegung. (Nach H.L. Swinney, P.R. Fenstermacher, J.P. Gollub: In *Synergetics*. A. Workshop, ed. H. Haken, Springer Berlin, 1977)
Der Übergang der Flüssigkeitsbewegung von a) nach b) wurde von K. Marx theoretisch behandelt.

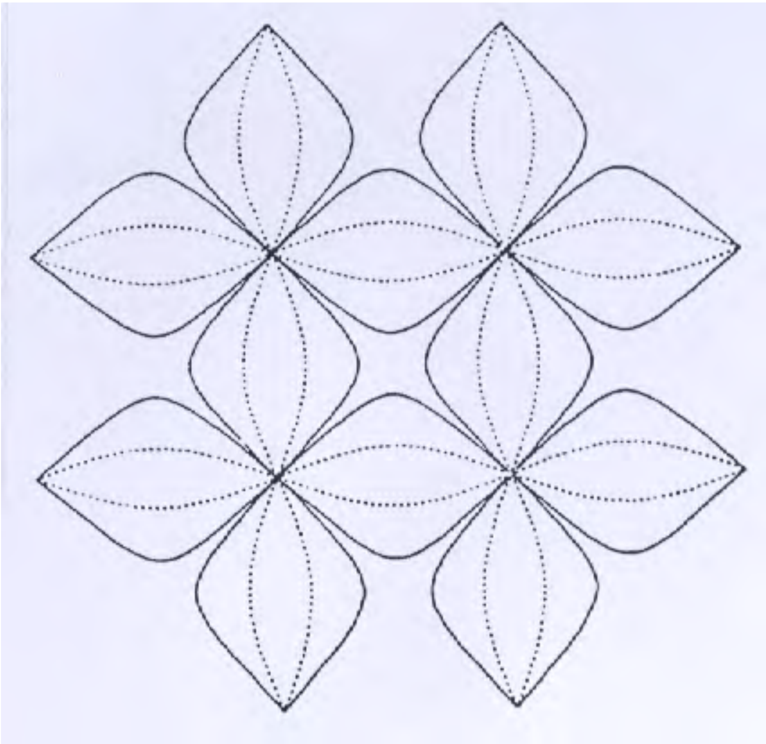


Abb. 7: Die berechneten Linien konstanter vertikaler Geschwindigkeit eines Ein-Komponenten-Plasmas, das von unten erhitzt wird und einem vertikalen homogenen Magnetfeld ausgesetzt ist. (Nach H. Klenk, H. Haken, Acta Physica Austriaca 52, 187, 1980)

3 Synergetik des Gehirns

3.1 Scott Kelso und die Fingerbewegung

Im Grunde genommen, beruhte die langjährige und – wie Scott und ich wohl zu Recht glauben – sehr fruchtbringende Zusammenarbeit zwischen ihm und seinen Mitarbeitern mit mir und meinen Mitarbeitern auf einem – Missverständnis. Scott befasste sich in den 1980er Jahren mit der Koordination von Fingerbewegungen gewissermaßen als einem Modellsystem für die Bewegungskoordination beim Menschen [21]. Scott instruierte seine Testperson ihre beiden Zeigefinger parallel zueinander zu bewegen. Während dies bei kleiner Bewegungsgeschwindigkeit (Frequenz ω) gelang, trat bei einer kritischen Frequenz ω_c völlig unwillkürlich ein Übergang zu einer anderen Koordination auf: die Zeigefinger bewegten sich symmetrisch. Bei diesem Übergang hat sich also die relative Lage der Finger geändert, oder, mit anderen Worten, die relative Phase (die man mathematisch sogar durch den relativen Winkel zwischen den Fingern ausdrücken kann).

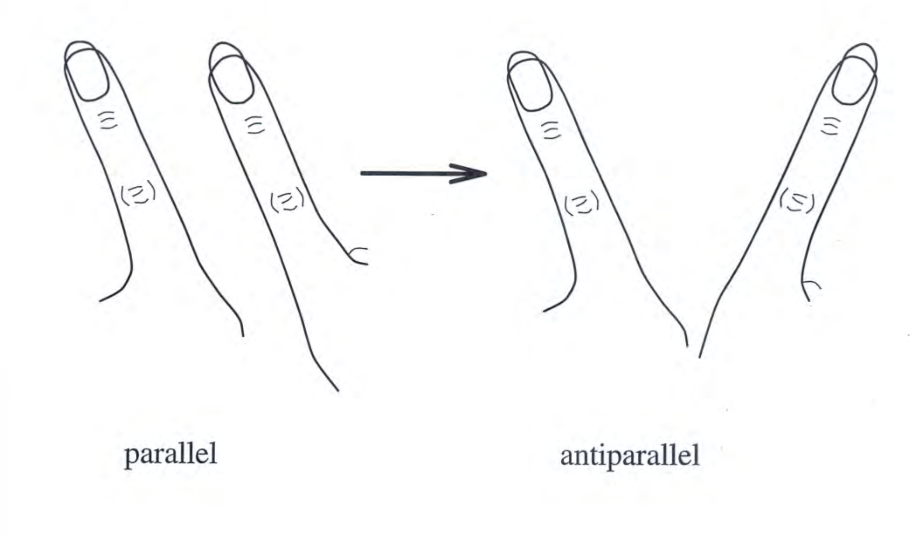


Abb. 8: Kelso-Experiment

Scott hatte nun irgendwo (ich weiß bis heute nicht wo) gelesen, dass ich eine Theorie von Phasenübergängen entwickelt hätte. Und hier ist nun das eingangs erwähnte Missverständnis: Ich verstand unter „Phasen“ solche z.B. im Sinne der Thermodynamik, wie fest/flüssig etc. Aber auch in der Synergetik befassten wir uns mit derartigen Übergängen und zwar in Nichtgleichgewichtssystemen. Wir entwickelten also ein Modell in Anlehnung an unsere bisherigen „synergetischen“ Erfahrungen [22]. Da der Übergang infolge einer Änderung der Frequenz ω erfolgt, bietet sich ω als Kontrollparameter an. Da sich bei einem kritischen Wert ω_c die relative Phase φ (jetzt im „Kelso“-Sinne) ändert, kommt diese als Ordnungsparameter in Frage. Von anderen Beispielen aus der Synergetik inspiriert formulierten wir in Anlehnung an die Gleichung für die Lichtwellenamplitude (den Ordnungsparameter!) eine „Bewegungsgleichung“ für die Phase φ. Diese fassten wir als Koordinate eines Teilchens auf, das sich stark gebremst in einem Potential-“Gebirge“ $V(\varphi)$ unter dem Einfluss von Zufallsstößen („Kräften“) bewegt. Das eigentliche Problem bestand in der expliziten Formulierung von $V(\varphi)$, die ich dann nach einigen Überlegungen fand. Dabei war zu berücksichtigen, dass die Form des Potentials vom Kontrollparameter ω (Bewegungsfrequenz) abhing, vgl. Abb. 9. Für kleines ω ist die parallele Koordination der Zeigefinger durch das obere Minimum bei $\varphi=\pi$ (oder äquivalent dann bei $\varphi=-\pi$) gekennzeichnet. (Auch der Fall $\varphi=0$ wäre denkbar; aber dann wäre die Testperson von Anfang instruiert worden: bewege die Finger symmetrisch!).

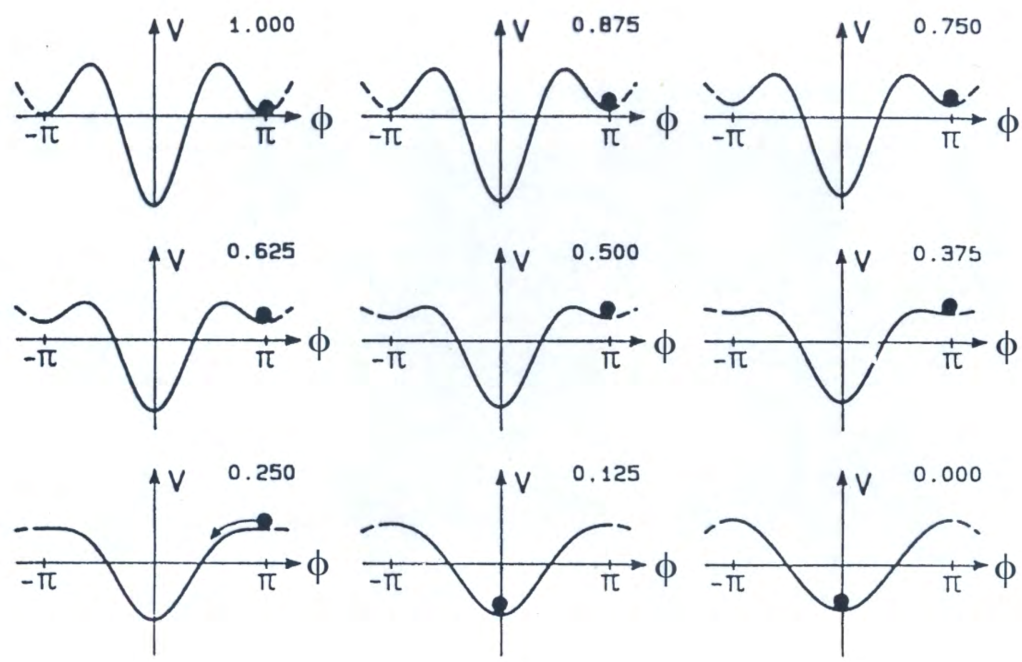


Abb. 9: Änderung des Potentials *V* mit wechselnder Frequenz ω [24]

Bleiben wir aber beim Anfangszustand *φ=π*. Wird *ω* erhöht, so wird das obere Tal flacher, bis es ganz verschwindet: der Zustand *φ=π* wird instabil und geht in den Zustand *φ=0* über: symmetrische Fingerbewegung!

Bereits jetzt lassen sich aus diesem Modell mehrere Voraussagen ableiten:

1) Hysterese: Der Systemzustand hängt von der Vorgeschichte ab: erhöhen wir ω, so erfolgt der Übergang von *φ=π* zu *φ=0*. Erniedrigen wir aber jetzt umgekehrt *ω*, so bleibt *φ=0* erhalten; das System springt also nicht auf *φ=π* zurück.
2) Kritisches Langsamerwerden: Wird das Potential flacher, so wird die rücktreibende Kraft kleiner – das „Teilchen" rollt den Berg langsamer ins Tal herunter.
3) Kritische Fluktuationen: aus dem gleichen Grund wie bei 2) können die zufälligen Stöße das „Teilchen" weiter weg von der Gleichgewichtslage treiben.

Diese Voraussagen konnten sowohl theoretisch quantitativ untermauert und experimentell verifiziert werden (Abb. 10).

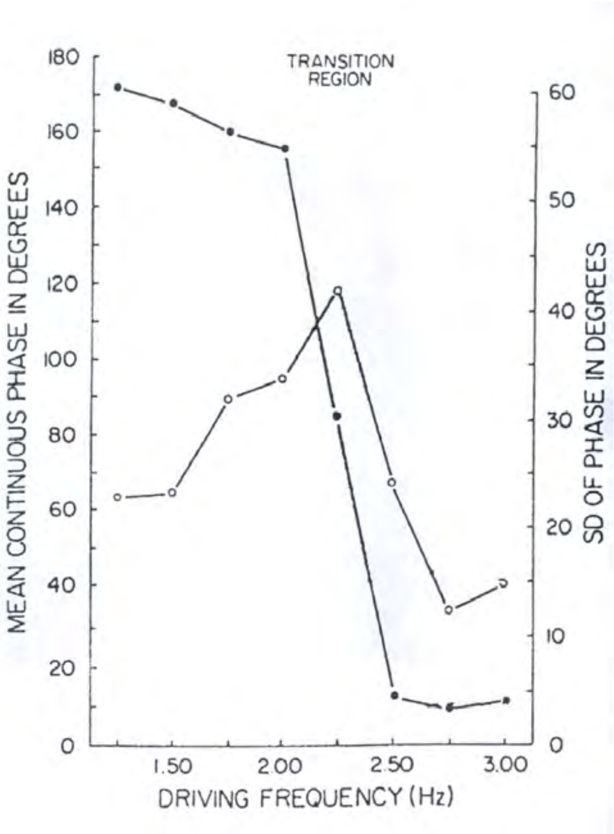


Abb. 10: Die mittlere kontinuierliche Phase in Graden und das Schwankungsquadrat (offene Kreise) der Phase in Graden als Funktion der Antriebsfrequenz ω [23]

Die Resultate 1) - 3) widersprechen der Vorstellung eines Motorprogramms eines Computers, untermauern aber das Konzept, dass das Gehirn ein sich selbst organisierendes System ist, das den Gesetzmäßigkeiten der Synergetik unterliegt.

Die "HKB"-Arbeit [Haken-Kelso-Bunz, 22] enthielt übrigens nicht nur das oben angedeutete „Potential"-Modell, sondern zeigte auch, wie dieses aus Gleichungen für die einzelnen Finger und deren Kopplung (über das Nervensystem) hergeleitet werden kann. Beide Modellstufen waren Ausgangspunkt für eine Fülle von experimentellen und theoretischen Arbeiten an Kelsos Institut, an denen eine Reihe meiner früheren Mitarbeiter wesentlich beteiligt waren: T. Ditzinger, A. Fuchs, V. Jirsa, G. Schöner (vgl. hierzu [24,25]).

So wurde z.B. in Boca Raton in Florida untersucht, wie neue Phasenbeziehungen zwischen den Zeigefingern bei deren Bewegung gelernt werden. Die Resultate ließen sich wieder durch eine Potentiallandschaft mit den entsprechenden Tälern wiedergeben, wobei aber neben den neu zu lernenden Zuständen – dargestellt durch die Täler – immer noch die alten des HKB-Modells vorhanden waren. Ein wichtiger Hinweis für die Lerntheorie!

Für meine Mitarbeiter und mich eröffnete Kelso ein weiteres Betätigungsfeld: Die Analyse seiner Messungen mittels Magnet-Resonanz-Tomografie (MRT). Dazu mehr im nächsten Abschnitt.

3.2 Die Analyse elektrischer und magnetischer Felder des Gehirns

Bei der Gehirntätigkeit des Menschen, aber auch von vielen Tieren, entstehen elektrische und magnetische Felder, die auf der Schädeldecke gemessen werden können. Dabei ergeben sich (zumindest) zwei grundsätzliche Fragestellungen: Wie entstehen diese Felder und welche Rückschlüsse aus den Messdaten lassen sich auf die Gehirndynamik ziehen? Damals, in den achtziger Jahren des letzten Jahrhunderts, befassten wir uns mit der zweiten Fragestellung (später lieferte u.a. Viktor Jirsa aus meiner Gruppe eine Antwort auf die erste Frage).

Die elektrischen und magnetischen Felder des Gehirn variieren räumlich und zeitlich, oder anders ausgedrückt, sie bilden raum-zeitliche Muster oder, noch deutlicher gesagt, „Strukturen". Mit dem Wort Struktur nehme ich dabei meine „synergetische" Interpretation vorweg – es deutet an, dass es zwischen den Feldern an verschiedenen „Raum-Zeit" Punkten einen inneren Zusammenhang geben sollte. Im Sinne meines Synergetik-Ansatzes lag es nahe, zur Analyse das Ordnungsparameter-Konzept heranzuziehen, wobei insbesondere Rudolf Friedrich und Armin Fuchs tatkräftig mitwirkten. Unseren Analysen legten wir mehrere Datensätze zugrunde.

1) Scott Kelso führte zu seinen Fingerexperimenten auch Messungen der Gehirn-Magnetfelder durch. Bei seinem Versuch hörte eine Testperson Pieptöne in einem regelmäßigen Abstand Δt. Sie sollte dann jeweils *zwischen* zwei aufeinander folgenden Tönen mit dem Zeigefinger einen Knopf drücken. Sie konnten für große Δt diese Aufgabe erfüllen. Wurde Δt verkleinert so trat bei einem kritischen Δt_c ein Übergang auf: die Testperson drückte den Knopf nicht mehr *zwischen*, sondern *bei* den Pieptönen. Kelso mass die raumzeitlichen Magnetfelder im Motor- und auditorischen Cortex. Wir konnten dann zeigen, dass diese Muster von zwei Ordnungsparametern bestimmt werden und eine direkte Korrelation mit dem Ordnungsparameter besteht, der die Fingerbewegung selbst „regiert". Im Endeffekt war für das „System" Gehirn-Finger ein einziger Ordnungsparameter verantwortlich (vgl. [24,25]).
2) Auch von anderen Gruppen erhielten wir Messdaten, z.B. zum EEG (Elektro-enzephalogramm) vom Neurowissenschaftler Dietrich Lehmann aus Zürich. Hier will ich nur ein besonders schönes Beispiel herausgreifen, das auf der Analyse von Friedrich und Uhl beruht [26].

Bei epileptischen Anfällen muss man zwischen zwei Typen unterscheiden:

1. Sogenannte fokale, bei denen die Erregung des Gehirns stark lokalisiert ist
2. Bei der petit mal-Epilepsie ist die Erregung über das Gehirn verteilt.

Friedrich und Uhl konnten anhand der gemessenen α-Wellen zeigen, dass im Falle 2. die raumzeitliche Dynamik von drei Ordnungsparametern bestimmt ist, die einer ganz speziellen Art von Chaos genügen: dem schon früher von dem russischen Mathematiker Shilnikov postulierten und nach diesem benannten Shilnikov-Chaos.

Wir untersuchten damals auch noch weitere EEG-Daten im Hinblick auf niedrig-dimensionale (Ordnungsparameter-) Dynamiken. Zum einen trug mir dies eine Einladung zu einer „Gehirn" Tagung in Cuba ein (in diesem Land befasste man sich insbesondere mit EEG-Messungen). Zum anderen kann ich nicht verschweigen, dass unsere Analysen bei einer Reihe von Neurowissenschaftlern auf Kritik stießen. So hatten wir z.B. laufende Wellen gefunden, wozu Dietrich Lehmann meinte, dass das so wäre, als würde man die Schweizer Berge als Überlagerung von Wellen darstellen.

Überhaupt gab es damals zwei fundamental verschiedene Denkrichtungen. Ernst Pöppel meinte, das EEG messe nur „Auspuffgase“ des Gehirns, während z.B. Erol Basar mit Nachdruck und Erfolg die These vertrat, dass durch das EEG wertvolle Informationen über die Gehirntätigkeit zu erlangen seien. Basar ist zweifellos einer der wichtigsten Pioniere auf diesem Gebiet.

3.3 Kippfiguren

Immer wieder profitierte ich davon, dass mich nicht nur Physiker, sondern auch Wissenschaftler ganz anderer Disziplinen zu einem Vortrag einluden und ich dann in der Diskussion ganz neue Aspekte erfuhr. Hierzu ein schönes Beispiel. Dass es auch außerhalb der Physik Phasenübergänge in ganz anderen Gebieten gibt, wollte ich meinen Physik-Kollegen anhand der Abb. 11 näherbringen, die man entweder als Vase *oder* zwei Gesichter interpretieren kann. Dies nutzte ich sogar zu einem „pun“ (der nur in gesprochenem Englisch funktioniert):

> „Here you see the transition from a *vase* to a *face*, and that´s why I call these transitions *phase* transitions.“

Die Physik-Zuhörer fanden dies ganz nett. Aber eines Tages hatte mich der Gestaltpsychologe Michael Stadler zu einem Vortrag nach Bremen eingeladen, wobei ich natürlich auch das Bild mit meinem „pun“ zeigte. Und da erfuhr ich von Michael, dass es sich hier um ein ganz anderes Phänomen handelt: Um eine Kippfigur! Beim Betrachten eines derartigen Bildes erscheint erst die eine „Interpretation“ (z.B. Vase), die dann verschwindet und einer zweiten (z.B. Gesichter) Platz macht, die dann aber wieder verschwindet, wobei erneut die Vase „zum Vorschein“ kommt usw. – ein ständiges Wechselspiel, eine Oszillation der Wahrnehmungsinhalte also. Um diesen Vorgang im Sinne der Synergetik zu modellieren, ordnete ich jedem Wahrnehmungsinhalt einen Ordnungsparameter zu.

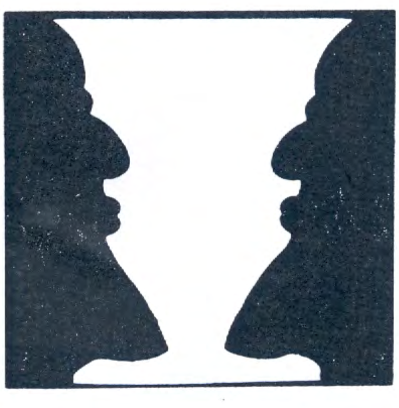


Abb. 11: Vase oder Gesicht?

Aber woher kommen die Oszillationen? Hierzu griff ich auf ein Konzept zurück, das ich zuvor beim synergetischen Computer eingeführt hatte. Dort hatte ich jedem zu erkennenden Gesicht einen bestimmten „Aufmerksamkeitsparameter“ zugeordnet (Vgl. den Abschnitt über Mustererkennung und das dort Gesagte über die Erkennung von Szenen!). Ich nahm nun an, dass, wenn ein Wahrnehmungsinhalt (d.h. sein Ordnungsparameter) erscheint, der zugehörige Aufmerksamkeitsparameter abklingt, und damit der andere Inhalt erscheinen kann usw. Mein Modell wurde dann von meinem Doktoranden Thomas Ditzinger weiter entwickelt und auch auf dem Computer numerisch gelöst [27]. Dabei ergaben sich interessante Zusammenhänge zwischen den Periodenlängen, unter denen die Wahrnehmungsinhalte erscheinen, einem „Bias“ etc. So konnten wir eine Reihe experimenteller Befunde von Borsellino et al. in einen inneren Zusammenhang stellen [28,29]. Wie wir später erfuhren, hatte der bekannte Gestaltpsychologe Wolfgang Köhler 1920 [30] schon die Idee der ermüdenden Aufmerksamkeit geäußert, hatte dies aber nicht in einem mathematischen Modell konkretisiert.

Thomas Ditzinger hat später ein sehr schönes populärwissenschaftliches Buch über optische Illusionen verfasst, wobei auch die Kippfiguren vorkommen, darunter auch solche, bei denen es mehr als zwei Interpretationen gibt.

3.4 Der Synergetische Computer zur Mustererkennung

Auch heute noch stellt die Entwicklung von Computern zur Mustererkennung, insbesondere zur Gesichtserkennung, ein wichtiges Forschungsgebiet der künstlichen Intelligenz dar. Denn, was uns als Menschen in der Regel leicht fällt, nämlich andere Menschen zu erkennen, bereitet einem Computer – immer noch – erhebliche Schwierigkeiten. Dies liegt insbesondere daran, dass wir Gesichter unter den verschiedenen Beleuchtungsverhältnissen, in den verschiedensten Positionen und auch dann erkennen, wenn wir nur einen Teil eines Gesichts sehen.

Damit ein Computer trotz dieser erschwerten Bedingungen ein Gesicht z.B. auf einem Reisepass erkennen kann, müssen die entsprechenden Fotos ganz strengen Regeln genügen. Hier will ich darstellen, wie mir Konzepte der Synergetik geholfen haben, einen Algorithmus zur Mustererkennung zu entwickeln, der dann auf einem seriellen Computer implementiert werden konnte, der aber auch einen Bauplan für einen Parallelcomputer enthielt. Mit letzteren war es möglich, auch Kontakte zu sogenannten neuronalen Netzen herzustellen. Bevor ich auf meinen konkreten Ansatz eingehe, muss ich erst noch einige prinzipielle Fragen klären.

1) Was ist Mustererkennung?

Der Karlsruher Informatiker Karl Steinbuch gab schon 1938 darauf eine prinzipielle Antwort: Mustererkennung ist nichts anderes als die Wirkung eines assoziativen Gedächtnisses. Hierzu ein Beispiel: Wenn wir im Telefonbuch einen Namen aufschlagen, so nennt uns dieses die zugehörige Telefonnummer. Allgemein bedeutet dies: ein assoziatives Gedächtnis ergänzt in wohldefinierter Weise einen Satz *unvollständiger Daten* zu einem *vollständigen*. Dies kann z.B. durch eine Liste geschehen, aber auch durch die Wirkung einer Dynamik.

2) Wirkung einer Dynamik

Um die Grundidee zu verstehen, erinnern wir uns an die Potentialmodelle, denen wir in diesem Beitrag schon mehrfach begegnet sind. Das einfachste besteht aus einer Gebirgslandschaft mit zwei Tälern, wobei die Lage einer Kugel den (Computer- oder Gehirn-) Zustand symbolisiert. Jedes der Täler entspricht einem Gesicht. Bei einem unvollständigen Datensatz liegt die Kugel noch nicht am Boden eines Tals, wird aber durch die Dynamik in die nächstgelegene Talsohle hineingezogen: das Gesicht ist erkannt. Aber wie kann die entsprechende Dynamik realisiert werden?

3) Analogie zwischen *Musterbildung* und *Mustererkennung* [31]

Betrachten wir aus dem Blickwinkel der Synergetik, was bei der *Musterbildung* (z.B. bei der Konvektionsinstabilität) geschieht. Anfänglich ist ein teilweise geordneter Zustand vorhanden, der zu mehreren Ordnungsparametern gehören kann. Es setzt dann ein Konkurrenzkampf unter diesen ein, den einer nach dem Prinzip „winner takes all“ gewinnt. Dieser Ordnungsparameter versklavt alle Teile (z.B. alle Flüssigkeitselemente) und erzeugt dabei das vollständig geordnete Muster.

Bei der *Mustererkennung* sind die einzelnen Teile, d.h. jeweils bestimmte Merkmale, vorgegeben, die zu verschiedenen Ordnungsparametern (Gesichtern!) gehören können. In Analogie zu dem Prozess der Musterbildung führen die Ordnungsparameter einen Konkurrenzkampf durch. Der Gewinner bringt, wiederum nach dem Versklavungsprinzip, dann alle Merkmale in den geordneten Zustand – das Muster ist erkannt.

Diesen Gedankengang habe ich nun ganz im Sinne der „Synergetischen Strategie“ sowohl auf der makroskopischen Ebene der Ordnungsparameter und der mikroskopischen der Teile – der Modellneurone schlussendlich – durchgeführt. Dies kann ich hier natürlich nur andeuten. Bei der Auswahl der einzelnen Merkmale gibt es verschiedene Möglichkeiten, von denen ich eine möglichst anschauliche wiedergebe. Die Aufnahme der Gesichter mehrerer Personen (die „Prototypen“) werden in kleine Quadrate (die Pixels) aufgeteilt. Zu jedem Pixel j gehört eine Graustufe v_j, $j= 1, \ldots N$, die wir zu einem Prototypvektor $v=(v_1, \ldots ,v_N)$ zusammenfassen. Jedem Gesicht „k“ entspricht ein Vektor v^k, wobei $k=1, \ldots, K<N$. Jedem Pixel j wird ein Modellneuron zugeordnet, dessen Aktivität wir q_j nennen. Diese q_j fassen wir zu dem Vektor $q=(q_1,\ldots q_N)$ zusammen. Für diese Aktivitäten habe ich eine Potentialdynamik eingeführt, wobei man sich die Potentiallandschaft im hochdimensionalen Raum der q_j zu denken hat.

Die Gleichungen lauten schlicht

$$\dot{q}_j = -\partial V / \partial q_j ,$$

sehen aber, wenn die rechte Seite explizit hingeschrieben wird, sehr kompliziert aus.

Das Problem bestand darin, ein Potential zu finden, dessen Täler genau den gespeicherten Prototypenmustern (also Gesichtern) entsprechen. Dieses Potential V

hängt also sowohl von allen neuronalen Aktivitäten q_j als auch von den gespeicherten Prototypvektoren v^k ab,

$$V = V(q, v^1, .., v^k).$$

Während hier die Werte von v gewissermaßen „von Hand“ in den Computer eingegeben werden, kann dieser diese auch lernen, indem immer wieder z.T. auch verdeckte Gesichter mit jeweiligen Pixelverteilungen q vorgegeben werden, das Mittel

$$\overline{V} = \left\langle V(q, v^1, .., v^k) \right\rangle_q$$

mit noch *unbekannten* v gebildet wird und dann das Minimum von $\overline{V}$ bezüglich der v gesucht wird. Das Verfahren wurde damals von meinem Studenten Richard Haas auf unserem seriellen Computer implementiert. Die explizite Form von V – es ist ein Polynom vierter Ordnung in den Variablen q_j – ließ auch eine einfache Deutung als ein *neuronales Netz* zu, dessen synaptische Stärken sich mit Hilfe der v^k berechnen ließen (vgl. [32]).

Mein Erkennungsverfahren wurde von meinem damaligen Mitarbeiter Armin Fuchs [33] auf dem Institutscomputer implementiert (Abb. 12). Wurde das Verfahren durch geeignete Transformationen gegenüber Größenskala, Drehungen und Translationen invariant gemacht, so konnte der Computer auch Szenen aus mehreren Gesichtern erkennen. Dabei ließen wir das Potential auch noch von Aufmerksamkeits-parametern abhängen, die – grob gesprochen – die Tiefe der Täler der Potentiallandschaft bestimmen. Wurde dem Computer eine Szene „gezeigt“, so erkannte er zunächst das Gesicht, das am stärksten vertreten war. Dann wurde, im nächsten Durchgang, der zugehörige Aufmerksamkeitsparameter zu Null gesetzt, das entsprechende Tal also geschlossen. Der Computer erkannte dann das nächste Gesicht etc. (Abb.13).

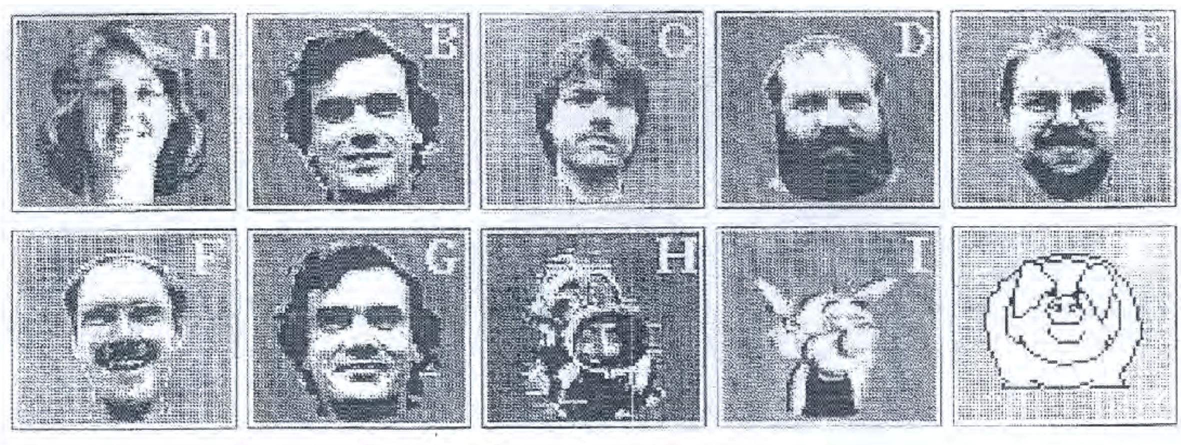


Abb. 12: Beispiel für die vom Computer zu erkennenden Muster (insbesondere Gesichter) nach Fuchs und Haken (1988) [33]

Abb. 13: Beispiel für die Erkennung einer Szene durch den synergetischen Computer nach Fuchs und Haken (1988) [33]

Bis jetzt habe ich über eine Formulierung auf der mikroskopischen Ebene gesprochen. Die, wie ich glaube, Eleganz des ganzen Ansatzes kommt zum Vorschein, wenn wir zur Ebene der Ordnungsparameter übergehen, was durch die Transformation

$$q(t) = \sum_k \xi_k(t) v^k \qquad + \mathit{Rest} \tag{1}$$

geschieht. Jedem Vektor v^k des Prototyps k wird so ein Ordnungsparameter ξ_k zugeordnet. Abstrakt ausgedrückt könnte man sagen, dass jedem „Bild *k*“ ein Konzept, eine Idee zugeordnet wird. Durch den Ansatz (1) werden die ursprünglichen komplizierten Gleichungen für q_j in einen Satz höchst einfacher Gleichungen transformiert:

$$\dot{\xi}_k = \xi_k(\lambda_k + a\xi_k^2 - b\sum_l \xi_l^2), \tag{2}$$

wobei $\lambda_k \geq 0$ die Aufmerksamkeitsparameter und $a,b > 0$ konstante Koeffizienten sind. Wird ein Testmuster q (das zu erkennende Gesicht) dem Computer eingegeben, so lassen sich mit Hilfe von (1) auch die Anfangswerte von $\xi_k(t), t = 0$ bestimmen. Es setzt dann ein durch (2) bestimmter Konkurrenzkampf zwischen den ξ_k ein, den das ursprünglich stärkste ξ_k gewinnt und damit (Versklavungsprinzip!) das endgültige q bestimmt. Da dieses q jetzt ein *vollständiges* Prototypenmuster darstellt, hat mein Verfahren wie ein *assoziatives* Gedächtnis gewirkt.

Die Einführung der Ordnungsparameter hat sowohl eine wichtige praktische wie auch konzeptionelle Konsequenz. 1) Mit Hilfe der Transformation (1) werden die ursprünglichen Gleichungen ziemlich einfach. 2) Philosophisch gesehen wird einem materiellen Erregungszustand eines neuronalen Netzes, der sich „im Prinzip" messen lässt, ein abstraktes Konzept, dargestellt durch einen Ordnungsparameter ξ „zugeordnet", oder, noch anders ausgedrückt, der materielle Erregungszustand erhält eine „Bedeutung".

Zum Schluss dieses Abschnitts noch eine historische Bemerkung. Wegen der Bedeutung der Mustererkennung in einer wachsenden Zahl von Anwendungsbereichen bis hin zur Robotik gibt es inzwischen eine erhebliche Anzahl von diesbezüglichen Verfahren. Nachdem ich 1979 (vgl. die Elmau-Proceedings) begonnen hatte, mich mit dieser Problematik zu befassen, wurde mir als viel beachteter Algorithmus das Hopfield-Netz bekannt [34]. Dies beruht auf einer bestimmten Analogie zu Spinsystemen und benutzt dabei eine Potentiallandschaft. Dabei treten aber eine große Zahl von unerwünschten Tälern auf, und es mussten aufwändige Verfahren entwickelt werden, um das System wieder aus einem solchen Tal zu befreien (Stichwort: simulated annealing). Der synergetische Computer besitzt von Anfang an nur die erwünschten Täler. Später, nachdem ich den synergetischen Computer konzipiert hatte, wurden mir noch Arbeiten von Carpenter/Grossberg bekannt, die eine Lyapounov-Funktion benutzten, die allerdings nicht so präzise wie eine Potentialfunktion ist [35]. Aber, abgesehen von diesen „Technikalitäten" fehlt allen diesen Ansätzen das Konzept der Ordnungsparameter, die – meiner Ansicht nach – erst die Brücke zur Psychologie schlagen.

Mit einigen kurzen Bemerkungen möchte ich auch die Beziehung des synergetischen Computers zum großen Gebiet der künstlichen Intelligenz (KI) einerseits und zur Gehirnforschung andererseits beleuchten. Ausgangspunkt für die KI war wohl die Erkenntnis, dass logische Operationen wie „und", „oder" etc. (im Sinne der Booleschen Algebra) sich mit Hilfe von Operationen mit Zahlen („plus", „mal" etc.) realisieren lassen, was sofort die Möglichkeit eröffnete, logische bzw. der Kognition zugeschriebene Prozesse auf digitalen Computern wiederzugeben. Dies führte u.a. zur Entwicklung von Algorithmen, Rechenvorschriften also, die sich einerseits auf digitalen, seriellen Computern durchführen lassen und sich andererseits als z.B. ein dreischichtiges Netzwerk graphisch wiedergeben lassen. Ein in der Informatik besonders beliebtes Beispiel ist das „feed forward"-Netz, das u.a. bei der Muster- (bzw. Gesichter-) Erkennung benutzt wird. Bei diesem Netzwerk besteht die mittlere Schicht aus sog. „hidden variables", deren Eigenschaften i.A. schwer oder gar nicht zu durchschauen sind, sondern durch ein Training (supervised learning) indirekt zu ändern sind. Während in einer Reihe von Fällen solche „Netze" das ihnen antrainierte Verhalten ausführen können, versagen sie in anderen, wobei die Ursache im Dunkeln bleibt. Die Rechenschritte sind dabei rein numerisch und auf digitale Computer direkt zugeschnitten. Interessanterweise gibt es auch für den synergetischen Computer eine Netzwerk-Darstellung mit drei Schichten, wobei die mittlere Schicht gerade die Ordnungsparameter sind. Ein weiterer Vorteil ist, dass wir deren Eigenschaften genau kennen, der "Nachteil", dass jetzt Differentialgleichungen zu lösen sind, was natürlich wesentlich aufwändiger als die algebraischen Verfahren ist. Dies ermöglicht aber, dass das Konzept des synergetischen Computers direkt als Vorlage (oder Modell) eines *parallel* arbeitenden, analogen Netzwerks dienen kann, was direkt eine Brücke zu Modellen realer Neuronennetze des Gehirns schlägt.

Der Algorithmus des synergetischen Computers ist in mehreren Richtungen erweitert worden. Ein schönes Beispiel stellt die Dissertation meines damaligen Studenten D. Reimann dar, der zeigte, wie damit auch räumliches Sehen durch einen Computer realisiert werden kann.

3.5 Annäherung an ein reales Gehirn

Im Abschnitt „Synergetischer Computer zur Mustererkennung“ hatte ich ein Modell vorgestellt, das man zur Klasse von „neuronalen Netzen“ zählen kann. Bei näherem Hinsehen ist der Ausdruck „neuronal“ etwas euphemistisch, da die hier angesprochenen Bauelemente nur wenig mit realen Neuronen zu tun haben. Ich gehöre daher zu denjenigen, die versucht haben, die Eigenschaften realer Neuronen zu erfassen. Auf die genaue Theorie und einen Vergleich mit Ansätzen einer ähnlichen Zielrichtung kann ich hier nicht im Einzelnen eingehen (siehe hierzu H. Haken: Brain Dynamics: Synchronization and Activity Patterns in Pulse-Coupled Neural Nets with Delays and Noise. Springer, 2. Auflage 2008). Einige wenige Bemerkungen mögen daher genügen. Obwohl Neuronen in verschiedenen „Ausführungen“ vorkommen können, haben sie doch grundsätzlich den gleichen Aufbau. Sie bestehen aus einem Zellkörper der einerseits Äste (die Dendriten) hat und andererseits einen Fortsatz (das Axon). Über die Dendriten empfängt das Neuron Signale in Form elektrischer Ströme, über die es aufsummiert. Übersteigt die Summe eine bestimmte Schwelle, so „feuert“ das Neuron; es sendet eine Reihe sehr kurzer Pulse in sein Axon. Dieses verzweigt sich, wobei jeder Zweig den Impuls über Kontaktstellen, die Synapsen, an einen Dendriten eines anderen Neurons in Form eines elektrischen Stroms weitergibt. Dann beginnt bei diesem anderen Neuron der oben beschriebene Prozess. Nach der Hebb´schen Regel werden solche Synapsen gestärkt, die häufiger als andere benutzt werden. Diese Regel liegt praktisch allen Modellen des Lernverhaltens des Gehirns zugrunde.

In meinem Modell nehme ich die Stärken der Synapsen als bereits gegeben (bereits gelernt) an. Die Umwandlung in den Strom ψ_m eines beim Dendriten „*m*“ über eine Synapse ankommenden Pulses P_k von einem (anderen) Neuron „*k*“ beschreibe ich durch eine auf experimentelle Daten gestützte Differentialgleichung, deren Lösung ich hier einfach folgendermaßen darstelle:

axonaler Puls $P_k \rightarrow \psi_m$ Dendrit (1)

Der vielleicht ganz originelle Kern meines Ansatzes besteht in der Modellierung der Puls-Erzeugung. Dazu denken wir uns einen Leuchtturm mit seinem rotierenden Scheinwerferlicht. Trifft dieses auf einen Beobachter an einem festen Ort, so sieht er immer wieder Lichtblitze. Je schneller der Strahl rotiert, desto kürzer sind die Abstände zwischen den Blitzen, umso größer also die Pulsrate. Bezeichnen wir den Winkel um die Rotationsachse des Leuchtfeuers mit ϕ, so ist die Zeitableitung $d\phi/dt$ die Rotationsgeschwindigkeit, die zugleich die Pulsrate bestimmt. Diese wird bei einem realen Neuron durch die über die Dendriten zugeführten elektrischen Ströme ψ_m bestimmt. Damit kommen wir zur Formulierung einer Differentialgleichung, die beinhaltet:

mehrere Dendriten $\psi_m \rightarrow d\phi / dt$ Pulsrate. (2)

Der Vorteil dieses von mir „Leuchtturm-Modell“ genannten Ansatzes besteht darin, dass hier die *Phasenwinkel* ϕ der einzelnen Leuchttürme (Neuronen) des neuronalen Netzes eingehen – ein, wie wir gleich sehen werden, wichtiger Aspekt beim Vergleich mit experimentellen Ergebnissen. (Hier nur einige Bemerkungen für den Fachmann: die linke Seite der zu (2) gehörigen Differentialgleichung ist eine *nichtlineare* Funktion der ψ_m, die rechte Seite enthält ein Dämpfungsglied und die Transformation von ϕ in Pulse erfolgt über δ-Funktionen.)

In vielbeachteten Experimenten an Katzen hatten Gray und Singer [36] sowie Eckhorn et al. [37] folgenden Effekt gefunden. Von zwei verschiedenen Neuronengruppen im visuellen Kortex wurden lokale Feldpotentiale gemessen, wenn im Sehfeld der einen Gruppe ein Strich auf einem Bildschirm in bestimmter Richtung bewegt wurde, und im Sehfeld der anderen Gruppe ebenfalls ein Strich. Das aufregend Neue war, dass die Neuronengruppen synchron feuerten, wenn die Striche in gleicher Richtung bewegt werden, hingegen unkorreliert feuerten bei entgegengesetzten Bewegungen. Es entsteht im ersten Falle eine *Phasenkopplung* zwischen den Neuronen, wie sie durch mein Modell wiedergegeben wird.

Das Modell „ kann“ aber noch mehr. Bei einer entsprechend hohen Pulsrate lassen sich aus ihm die Gleichungen für den synergetischen Computer zur Mustererkennung herleiten. So ähnlich, wie sich bei diesem Computer die Dynamik der Aufmerksamkeitsparameter berücksichtigen lässt (Kippfiguren, Analyse von Szenen), kann diese natürlich auch beim eben diskutierten Gehirnmodell erfolgen. Hierbei ergeben sich auch – meines Erachtens nach – Einblicke in das endliche Zeitfenster bei der Wahrnehmung der *Gegenwart*: Für den Aufbau des Ordnungsparameters eines Perzepts bedarf es einer gewissen Zeit, und dabei klingt die Aufmerksamkeit ab. Über einen bestimmten Zeitraum hinweg ist die Größe des Ordnungsparameters über einer bestimmten Schwelle und damit das Perzept für das Gehirn gewissermaßen „vorhanden“.

3.6 Psychologie, Psychiatrie, Psychotherapie

Die im Rahmen der Synergetik entwickelten Konzepte sind in den oben genannten Gebieten auf besonders fruchtbaren Boden gefallen. Dies dürfte darauf beruhen, dass die mathematisch begründete Theorie der Selbstorganisation eine solide Grundlage für bestimmte Ansätze in der Psychologie etc. darstellt. Hierauf näher einzugehen, würde den Rahmen meines Beitrags bei weitem übersteigen. Es sei deshalb nur auf die von Tschacher, Brunner und Schiepek initiierten Herbstakademien[2] [38] sowie auf die Forschung und/oder Therapie-Anwendungen von diesen Gelehrten [40,41] wie auch von Kriz [42], Stadler [43], Hansch [44] und anderen verwiesen. Wie Kriz und Tschacher in einem kürzlich erschienenen Artikel [45] betonten, ist die Synergetik keine Naturwissenschaft, sondern eine

[2] siehe die Webseiten www.embodiment.ch und www.upd.unibe.ch/ für Information zur Herbstakademie

Strukturwissenschaft. In der Tat propagiert die Synergetik keinen Physikalismus, sondern stellt die Problematik in einen abstrakten Rahmen, wie ich schon weiter oben hervorhob. Insbesondere haben sowohl Tschacher [39] wie auch Schiepek [40] auf interessante Bezüge zur Gestalttheorie verwiesen.

4 Neue Einblicke

4.1 Betrachtungsebenen

Bislang hatte ich von zwei Betrachtungsebenen gesprochen: der *mikroskopischen* (der Teile) und der *makroskopischen* (der Ordnungsparameter). Bei manchen Systemen (z.B. biologischen) kann es geboten sein, auch Zwischenebenen („mesoskopische") einzuführen. Es kommt dann zu Hierarchien von Ordnungsparametern und Versklavungsprozessen. Doch ist das jetzt nicht Gegenstand meiner Diskussion. Auf jeden Fall geht es bei all diesen Ebenen um eine *quantitative* Erfassung, sei es des Verhaltens der einzelnen Teile, sei es dem der Ordnungsparameter. Daneben gibt es auch Vorgänge, die wir zur Selbstorganisation zählen, die nicht oder nur schwer *quantitativ* erfassbar sind, auf die sich aber sehr wohl die Begriffsbildungen der Synergetik anwenden lassen. Diese dritte Betrachtungsebene sei hier an einigen Beispielen erläutert, wobei ich mich vom Konzept des Ordnungsparameters (OP) leiten lassen. Die Sprache eines Volkes ist ein OP. Wird ein Baby geboren, so wird es der Sprache seiner Eltern ausgesetzt. Es wird von ihr versklavt (diesem Prozess kann das Baby nicht ausweichen, er ist zwangsläufig!). Wächst das Kind heran, so trägt es seine Muttersprache weiter. Dabei steht es in Wechselwirkung mit anderen Angehörigen seiner Sprache. Diese Individuen tragen so durch ihre Wechselwirkung die Sprache weiter, erhalten sie also an der Existenz. Wir erkennen hier die „zirkuläre Kausalität" als typisches synergetisches Merkmal. Wie bei anderen OPs der Synergetik kann es zu einem Wettbewerb kommen, wobei einer gewinnt (Beispiel USA, wo ursprünglich Englisch und Deutsch gesprochen wurde). Auch Koexistenz zwischen OPs ist möglich (Beispiel: Schweiz mit Deutsch, Französisch, Italienisch, Räto-Romanisch). Weitere Beispiele für die Koexistenz: Fachsprache neben Landessprache, Gaunersprache etc. Es gibt auch durch bestimmte Umstände hervorgerufene Phasenübergänge von einer Sprache zu einer anderen. Ein Beispiel ist die Unterwerfung eines Volkes durch ein anderes, wo die Sprache des Verlierers nicht mehr gesprochen werden darf. Ich will hier kein Beispiel aus der neueren Geschichte nennen. Aus der Fülle weiterer Beispiele nenne ich hier nur einige als Anlass zu eigener Betrachtung des Lesers, der Leserin:

Glaubensgemeinschaft – Gläubige
Staat – Bürger
Gesetz – Bürger
Partei – Mitglied (Freund/Genosse)
Unternehmenskultur – Mitarbeiter
Wissenschaftliches Paradigma – Wissenschaftler
Industrienorm – Benutzer
Ideologie – Anhänger

Das erste Wort dieser Liste kennzeichnet offenbar eine „makroskopische“ Eigenschaft eines Ensembles, das zweite seine „Teile“. Das Entscheidende an der Synergetik sind aber Beziehungen zwischen der jeweiligen linken und rechten Seite dieser Liste. Diese Beziehungen sind:

1) das Versklavungsprinzip

2) das Prinzip der zirkulären Kausalität

Während die Wirksamkeit des Versklavungsprinzips im Falle des Spracherwerbs durch ein Baby wohl nicht in Frage gestellt werden kann, ist die Anwendung dieses Prinzips auf das Verhalten von Menschen von Soziologen immer wieder heftig kritisiert worden: Der Mensch ist ein freies Wesen, frei in seinen Entscheidungen, er lässt sich nicht versklaven. Es war (und ist) nun an mir, mich mit diesem Einwand zu befassen. Ursprünglich hatte ich das Versklavungsprinzip auf physikalische und chemische Prozesse angewendet, um es dann im Bereich der Soziologie als terminus technicus zu verwenden. Derartige „Umwidmungen“ von Begriffen der Umgangssprache geschehen des Öfteren in der Wissenschaft. Als Beispiel sei hier nur die „Chaos“-Theorie genannt. Doch soll dieser Hinweis keine Entschuldigung für mein Vorgehen sein, dessen Bedeutung in der Tat einer genaueren Diskussion bedarf, was an Hand konkreter Beispiele geschehen soll. Beginnen wir mit einem, auch in der modernen Welt nicht ungewöhnlichem Extremfall: Die Einwirkung einer Diktatur auf den Einzelnen. Hier schreibt das Regime (die Verkörperung des Ordnungsparameters) dem Bürger das Verhalten vor: Es versklavt seinen „Untertan“! Wird dadurch dessen freier Wille ausgeschaltet? Die klare Antwort darauf lautet: nein! Der Bürger kann sich den Anordnungen widersetzen, er kann versuchen, ins Ausland zu fliehen etc. Aber jeder, der eine Diktatur erlebt hat weiß, dass der Preis hoch ist. Es reicht z.B. von schweren beruflichen Schikanen für den Bürger und seine Familie bis hin zu Gefängnis, Folter, Hinrichtung oder Erschießen bei seiner Flucht. Durch das Konzept des „Preises, Aufwandes“ etc., das ich Diskussionen mit Soziologen verdanke, bietet sich also eine Lösung des Konflikts zwischen „Versklavung“ und „Freiheit“ des Einzelnen an.

Ich möchte dies an einem weiteren, zwar weniger drastischen, aber doch immer wieder aktuellen Beispiel erläutern: Das *Betriebsklima* ist ein Ordnungsparameter, dem der einzelne Mitarbeiter des betreffenden Betriebs in gewissen Umfang „unterworfen“ ist. Hierbei kann es offensichtlich zu Konflikten kommen. Will der Arbeitnehmer (die Arbeitnehmerin) bei einem Konflikt im Betrieb bleiben oder ihn verlassen – was u.U. einen erheblichen persönlichen Aufwand bedeutet (Umzug, neue Umgebung, andere Schulen für die Kinder etc.)? Ich glaube, dass es wichtig ist, in diesem Sinne das hier erläuterte „Versklavungsprinzip“ zu interpretieren, sich aber seiner Gültigkeit nicht zu verschließen. Dies führt nämlich zu der Frage, wie überhaupt ein Ordnungsparameter geändert werden kann.

Wie ich eben diskutierte, erfordert es immer einen - mehr oder weniger hohen - Preis, wenn der Einzelne sich der „Versklavung“ entziehen will. Diese Situation ändert sich nur dann, wenn ein erheblicher Teil der Gesamtheit der Individuen *gleichzeitig* das Ordnungssystem ändert. Mit anderen Worten, ein Ordnungsparameter kann nur durch kollektives Verhalten zum Verschwinden gebracht werden – er muss destabilisiert werden. Was danach kommt, ist oft offen –

an Instabilitätspunkten können im Prinzip neue Ordnungsparameter entstehen – welcher dann realisiert wird, hängt meist von Zufallsschwankungen ab. Ich habe dies mehrfach am Beispiel von Revolutionen erörtert – ein Mechanismus, den schon Lenin erkannte.

Übrigens sind diese Erkenntnisse der Synergetik aufs engste mit dem in den Wirtschaftswissenschaften oft zitierten „Nash-Gleichgewicht“ verbunden. In diesem Fall befinden sich zwei Unternehmen in einer nicht optimalen Situation (Versklavung), die sie aber durch *kollektives* Handeln (Zusammenarbeit = neuer Ordnungsparameter!) verbessern können. Wie wir an zahlreichen Beispielen sahen, wird der Übergang zwischen einem Ordnungsparameter zu einem neuen durch eine Änderung eines *Kontrollparameters* (oder mehrerer) und damit einhergehender neuer *Selbstorganisation* induziert. Dies führt zum Prinzip der *indirekten Steuerung* die in vielen Fällen an die Stelle der direkten Steuerung nicht nur treten kann, sondern sogar muss, um komplexe Systeme zu beeinflussen. Einige Beispiele mögen hier als Denkanstöße genügen, um sich mit Art und Wirkung von Kontrollparametern auseinander zu setzen. In Physik und Chemie haben wir diese schon im Einzelnen kennengelernt; interessanter wird es im soziologischen, ökonomischen und psychologischen Bereich (wobei es auch noch Wechselbezüge zwischen diesen Gebieten gibt, da vieles sich hier ohnehin auf der psychologischen Ebene abspielt). Eine Reihe von Beispielen sind schon lange bekannt und Praxis, andere werden erst jetzt (nicht zuletzt unter dem Einfluss der Synergetik) erkannt.

Wirtschaftliche Entwicklung	Zinsniveau
Wohnungsbau	Steuererleichterung
Betriebsklima	Arbeitsbedingungen, z.B. Kaffeezimmer fördert Kommunikation; aber „du musst mehr arbeiten“ ist kein „Kontrollparameter“
Psychische Erkrankungen	z.B. verbal: Hinlenkung auf neue Gesichtspunkte, aber nicht: „du musst dich ändern"; medikamentöse Intervention, z.B. Haldol blockiert Dopamin 2-Rezeptoren, etc.

4.1 Vom Wesen der Ordnungsparameter

Dies betrifft, wissenschaftlich ausgedrückt, die Ontologie der Ordnungsparameter. Ebenso wie das Konzept „Versklavungsprinzip“ bedarf auch das der Ordnungsparameter einer eingehenden Durchleuchtung. Der Begriff Ordnungsparameter wurde ursprünglich von Lev Landau im Rahmen der Physik eingeführt, um bestimmte kollektive Ordnungszustände zu beschreiben. Ein berühmtes Beispiel ist die Ginzburg-Landau-Theorie der Supraleitung für ein Quantensystem im thermischen Gleichgewicht. Hierbei wurde der Ordnungsparameter phänomenologisch eingeführt. Der Laser war das erste Quantensystem fern vom Gleichgewicht, dessen Ordnungszustand „kohärentes Licht“ durch einen Ordnungsparameter (die Lichtamplitude) wiedergegeben werden kann und von „first principles“ hergeleitet wurde. Wichtig im jetzigen Kontext ist, dass der Ordnungsparameter „Lichtfeld“ eine physikalische Bedeutung hat, die sich in seiner physikalischen Wirkung dokumentiert: Das Lichtfeld bringt die Elektronen (der Atome) zum Mitschwingen. Ähnliches lässt sich für die Flüssigkeitsdynamik sagen, wo sich die durch Ordnungsparameter beschriebenen Strömungsmuster durch ihre Wirkung auf Probeteilchen messen lassen. Konzeptionell anders wird die Lage, zumindest im Allgemeinen, in der Biologie. In der Populationsdynamik ist die jeweilige Tierpopulation, ausgedrückt als Zahl ihrer Individuen, der Ordnungsparameter, der bestimmten (Modell-) Gleichungen genügt. Ein Beispiel ist die Verhulst-Gleichung, die darstellt, wie eine Population durch Nahrungszufuhr und eigenen Verbrauch bestimmt wird. Dabei sagen Ordnungsparameter (und Versklavungsprinzip) nichts darüber aus, welches spezielle Individuum aus Nahrungsmangel sterben muss (ich habe diesen Fall das schwache Versklavungsprinzip genannt). Ebenso verhält es sich bei Räuber-Beute-Systemen von Tieren, z.B. Fischen, wie sie durch die Lotka-Volterra-Gleichungen beschrieben werden.

Wenden wir uns abschließend dem wohl faszinierendsten System zu, dem menschlichen Gehirn. Ich habe hier in konkreten Fällen immer wieder das Konzept des Ordnungsparameters verwendet, z.B. bei der Koordination von Bewegungen, aber auch bei Kippfiguren, der Gesichtererkennung etc. Hier entsprach einem jeweiligen Perzept (z.B. ein spezielles Gesicht) ein bestimmter Ordnungsparameter. Damit stellt der Ordnungsparameter eine Idee dar. Anderseits ist er in zirkulärer Weise mit materiellen, neurologischen Zuständen bzw. Prozessen verknüpft. Ich gelange so, allgemein ausgedrückt, zu dem Schema

Geist	–	Ordnungsparameter
Gehirn	–	materielles Substrat

Offensichtlich stehen wir hier vor dem (ewigen) Körper-Geist-Problem, bei dieser ontologischen Frage scheiden sich die philosophischen Schulen. Die materialistische Schule (der wohl die meisten Naturwissenschaftler angehören) sieht in der Materie das „Grundlegende“, dem der Geist als emergente Qualität entspringt. Die idealistische Schule sieht, wie der Name sagt, die „Idee“ als Ursprüngliche an. Ich selber berufe mich auf die „zirkuläre Kausalität“: das Eine bedingt das Andere und umgekehrt. Oder, anders ausgedrückt: Ordnungsparameter und Teile, oder hier: Geist und Materie sind zwei Seiten der gleichen Medaille. Wie ich dann später erfuhr, ist das gerade eine Aussage von Spinoza.

In der letzten Zeit hatte ich höchst anregende Diskussionen mit Harald Atmanspacher und Wolfgang Tschacher. Harald Atmanspacher sagt, dass hier keine Kausalität mit Ursache–Wirkung am Werk ist, sondern es sich um Koinzidenzen handelt. Dies ist, meiner Meinung nach, gerade die Aussage des „psycho-physischen Parallelismus“. Wolfgang Tschacher fragt: Was ist denn die „Medaille“ eigentlich? In beiden Fällen berufe ich mich auf mathematische Relationen, die ich in Abschnitt 5.3 kurz skizziere. Erst durch unsere Interpretation der jeweiligen Größen entsteht, wenn man so will, das „ontologische Dilemma“. Ich will diese Problematik am Beispiel des Newtonschen Gesetzes:

Kraft = Masse x Beschleunigung

erläutern, indem ich es in der Form

Kraft/Masse = Beschleunigung

schreibe. Auf der linken Seite stehen typische physikalische Größen, während rechts Raum- und Zeitmaße stehen, jeweils ganz verschiedene Begrifflichkeiten (oder

Wesensarten, Kategorien) also. (Ein wesentlicher Schritt, um die Konzepte der linken mit denen der rechten Seite „ontologisch“ zu verknüpfen, geschieht in der allgemeinen Relativitätstheorie, auf den Hermann Weyl durch seinen Buchtitel „Raum, Zeit, Materie“ hinweist).

Das „ontologische Dilemma“, nämlich die dem jeweiligen Fachgebiet entsprechende adäquate Deutung mathematischer Größen, begegnet uns auch in anderen Gebieten, wie z.B. in der von Wolfgang Weidlich begründeten „Quantitativen Soziodynamik“, deren Gleichungen wertfrei (im ethischen Sinne) sind. Ersetzt man hier z.B. „Angehörige der Parteien A bzw. B“ durch „Weiße“ und „Schwarze“, so kommt man bereits in „Teufels Küche“. Gewisse Epigonen haben dieses Gebiet auch „Soziophysik“ genannt, wobei sie völlig übersehen, dass es sich überhaupt nicht um physikalische Prozesse handelt.

4.3 Ist die Synergetik eine Universalwissenschaft?

Im Laufe ihrer mehr als vierzig Jahre alten Geschichte hat die Synergetik zu fast allen Wissenschaftsdisziplinen Bezüge herstellen können. Dies ist sicher auf dem ersten Blick erstaunlich, befassen sich doch die Wissensgebiete mit den verschiedenartigsten Forschungsobjekten, seien diese materieller oder geistiger Natur, mögen sie der belebten oder unbelebten Welt, der Technik oder der Gesellschaft zugerechnet werden. Aber trotz dieser praktisch unermesslichen Vielfalt der Erscheinungen fesselt den menschlichen Forschergeist ein Problem ganz besonders: Wie entsteht spontan etwas Neues? Und zwar aus dem jeweiligen „Objekt“ (was immer das sein mag) von selbst heraus – ohne eine ordnende Hand wie der eines Bildhauers – also durch *Selbstorganisation*. Dies führt zu Fragen: Wie entsteht Ordnung aus dem Chaos, wie und warum ändern sich Strukturen und Prozesse, oder noch anders ausgedrückt: Was bestimmt die (materielle und geistige) Evolution? Ist es überhaupt sinnvoll, dabei nach allgemein gültigen Prinzipien zu suchen?

In meinem Beitrag habe ich versucht, einen ersten Schritt zu tun. Dabei konnte ich, durch glückliche Umstände begünstigt, einen, wie mir scheint, erfolgreichen Weg gehen. Nachträglich gesehen, ist die einzuschlagende Richtung zumindest plausibel. Um Selbstorganisation zu verstehen, muss man sich mit solchen (materiellen oder geistigen) Situationen befassen, wo das „Neue“ entsteht. Und hier ist es wieder vorteilhaft, sich mit Vorgängen zu befassen, die gut reproduzierbar sind und sich theoretisch gut behandeln lassen. Dies trifft auf die Phasenübergänge der Physik zu: z.B. das Gefrieren von Wasser zu Eis, wo sich das mechanische Verhalten (flüssig/fest) dramatisch ändert. Offenbar handelt es sich um ein eklatantes Beispiel von *Emergenz* – allerdings ohne Bezug zu Erscheinungen in der belebten Natur.

Dieser gelang erst im Rahmen der Lasertheorie, wo in einem offenen, energetisch getriebenen System von Atomen aus dem chaotischen Licht einer Lampe das hochgeordnete Laserlicht entsteht – ein weiteres Beispiel für Emergenz. Zu diesem Beispiel gesellten sich bald weitere: Diese Beispiele waren teils damals (ca. 1970) ganz neu, wie Weidlichs Theorie der öffentlichen Meinung, oder Eigens Theorie der Entwicklung molekularer Spezies. teilweise waren es auch schon länger bekannte

Erscheinungen von Musterbildungen bei Flüssigkeiten und chemischen Reaktionen bis hin zu einer Reihe von Phänomenen der Ontogenese, wo wir z.B. Bezüge zu Arbeiten von Gierer und Meinhard herstellen konnten. Um die hier gültigen Prinzipien offenzulegen, bedurfte es eines entsprechenden Abstraktionsniveaus, wie es die Mathematik und auch eine adäquate Verbalisierung bieten. Wie wir heute wissen, und wie ich in meinem Beitrag beispielhaft dazulegen versuchte, lassen sich die Prozesse der Emergenz in einer Fülle von Gebieten auf wenige Konzepte zurückführen, an die hier nochmals kurz erinnert sei: Kontrollparameter, Instabilität, Ordnungsparameter, Fluktuationen, Versklavung, zirkuläre „Kausalität".

Selbst in komplexen Systemen mit vielen Komponenten werden die evolvierenden Zustände von *wenigen* Ordnungsparametern regiert. Dabei ist das Wort „wenig" relativ zu sehen. Im menschlichen Gehirn haben wir es z.B. bei der visuellen Wahrnehmung von Gesichtern mit ca. 1000 Ordnungsparametern zu tun (was aber noch *wenig* im Vergleich zu den 100 Milliarden Neuronen ist). Aufgrund des Konzepts der Ordnungsparameter lassen sich weitgehende Analogien im makroskopischen Verhalten ganz verschiedener Systeme erkennen, was z.B. bei der Entwicklung neuartiger „Devices" sehr hilfreich sein kann.

Zugleich ergaben sich neue Einblicke in die *indirekte* Steuerung („Kontrolle") komplexer Systeme durch adäquate Kontrollparameter sowie die Erkenntnis, dass Stabilität und Adaptabilität eines Systems nur in Grenzen miteinander vereinbar sind: Damit ein System anpassungsfähig (an neue Bedingungen) ist, muss es sich in der Nähe einer Instabilität befinden, wo Fluktuationen neue Entwicklungsmöglichkeiten aufzeigen können.

Diskutieren wir eine wichtige *Grenze* des synergetischen Ansatzes. Während es möglich ist, auch für verschiedenartige Systeme analoges makroskopisches Verhalten herzuleiten, ist es nicht möglich, aus dem makroskopischen Verhalten detailliert auf die mikroskopischen Prozesse zurück zu schließen. Hier können die Gesetzmäßigkeiten der Synergetik nur allgemeine Rahmenbedingungen abgeben. Im konkreten Fall ist dabei dies Spezialwissen des jeweiligen Fachgebiets unverzichtbar. In diesem Sinne ist die Synergetik sicherlich keine Universalwissenschaft.

4.4 Quo vadis, Synergetik?

Die Synergetik befasst sich insbesondere mit offenen Systemen, d.h. offen gegenüber Ein- und Ausströmen von Materie, Energie und/oder Information. Dabei ist sie als Forschungsgebiet selbst offen gegenüber neuen Fakten, Ideen, Entdeckungen. In diesem Sinne stellt mein Beitrag nur einen ersten Schritt dar, dem weitere folgen werden. Dies kann nur durch eine enge Zusammenarbeit zwischen Praxis und Theorie erfolgen. Zugleich könnte es sich lohnen, die Denkanstöße der Synergetik in einer Reihe von Gebieten noch intensiver zu verfolgen. Hier nur ein Beispiel: Die Astrophysiker gehen anscheinend von der Annahme aus, dass dunkle Materie und dunkle Energie *Bestandteile* unseres Universums sind. Aber was wäre, wenn dunkle Materie und dunkle Energie einem Umgebungssystem angehören und im Sinne der Synergetik Kontrollparameter sind? Dann gäbe es keinen „Wärmetod" der Welt! Zweifellos hält die Erforschung der Selbstorganisation komplexer Systeme noch viele Überraschungen bereit, wozu insbesondere die Entdeckung neuer Prinzipien gehören wird.

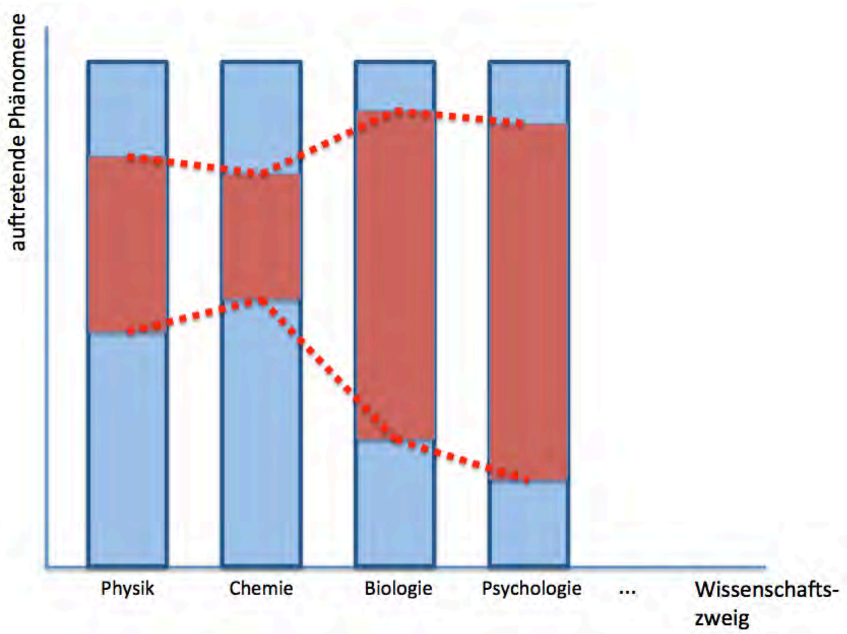


Abb. 14: Gültigkeitsbereich der Synergetik (rot). Abszisse: Wissenschaftszweig; Ordinate: je Wissenschaftszweig auftretende Phänomene, markiert sind die Bereiche mit Selbstorganisationsprozessen und Strukturbildung

4.5 Begegnungen mit den Mathematikern

Um es gleich vorweg zu nehmen: vor der Mathematik und ihren Genies habe ich die größte Hochachtung. Dennoch mögen meine zwei folgenden Anekdoten auch gewisse Schwächen beleuchten.

René Thom, dem Begründer der Katastrophentheorie bin ich (mindestens) zweimal persönlich begegnet, darunter einmal, als ich ihn zu einem Vortrag bei einer meiner Elmau-Tagungen eingeladen hatte. Auf der Tagung kam es auch zu einer Diskussion über die Rolle der Fluktuationen, ein den Physikern vertrautes Phänomen. Zum – man muss fast sagen – Entsetzen von Rolf Landauer leugnete Thom völlig die Existenz von Fluktuationen. Rolf Landauer war u.a. ein Pionier auf dem Gebiet der Informationstheorie [46]. Er erkannte insbesondere, dass Information an ein physikalisches Substrat gebunden ist. Bei der Umwandlung von 1 bit wird im Idealfall eine Wärmemenge von 1 kT (k Boltzmann Konstante, T absolute Temperatur) frei. Bei realen Computern ist diese Wärmemenge noch wesentlich größer. Auf jeden Fall bedeutet Wärme nichts anderes als ungeordnete Bewegung der Atome – *Fluktuationen* also. Diese Bemerkung soll allerdings dem eigentlichen, mathematischen Verdienst Thoms keinen Abbruch tun. Seine Katastrophentheorie [47] ließ sich sogar in das Gedankengebäude der Synergetik einbauen – seine Theorie bezieht sich auf die qualitativen Änderungen („Katastrophen“) von (in unseren Worten) Ordnungsparametern, die Potentialgleichungen genügen, wie sie häufig in der Synergetik auftreten. Allerdings beleuchtet diese kleine Episode meine weiter oben gemachten Bemerkungen über die Arbeit der Wissenschaftler – jeder in seinem eigenen Bergwerk.

Eine weitere Begegnung mit René Thom hatte ich bei einer kleinen Tagung in Tübingen, wo ich in dessen Gegenwart über meine Arbeit zum Versklavungsprinzip vortrug. Wie ich erst später erfuhr, erwähnte Thom dem Mathematiker Hirzebruch gegenüber meine Arbeit. Hirzebruch war einer der führenden Mathematiker des 20. Jahrhunderts. Er hatte schon in jungen Jahren den Satz von Riemann-Roch bewiesen und erweitert und damit einen fundamentalen Beitrag zur algebraischen Topologie geleistet. Hirzebruch lud mich zu einem Vortrag ins mathematische Institut nach Bonn ein. Der Vortrag lief im Wesentlichen unter dem Titel „Synergetik“. Nach dem Vortrag ging Hirzebruch mit einem Kollegen und mir zum Abendessen. Dabei sagte der Kollege (dessen Namen ich vergessen habe) „die Synergetik ist doch nichts anderes als das Center Manifold Theorem“. Wie leider des öfteren bei mir, hat es mir die Sprache verschlagen, so dass mir meine Antwort erst später einfiel. Die ist dann aber doch etwas komplizierter und hängt von dem Blickwinkel der jeweiligen Disziplin ab.

Zum einen ist das Versklavungsprinzip eine mathematische Aussage. Sehen wir uns in der *Mathematik* aber näher um, so erkennen wir, dass das Versklavungsprinzip in mehrfacher Hinsicht über das Center Manifold Theorem hinausgeht: Das Versklavungsprinzip erfasst auch die Umgebung der Center Manifold (zentrale Mannigfaltigkeit), es berücksichtigt die Rolle der Fluktuationen und es ist konstruktiv. Das Center Manifold Theorem war vorher (Kelley [48], Pliss [49]) nur als Existenztheorem bekannt – für konkrete Fälle (z.B. Laser) brauchte ich aber die explizite Form (siehe hierzu auch Robinson [50]).

Zum anderen spielt das Versklavungsprinzip eine – wie ich glaube – in den Naturwissenschaften, wie auch in den anderen Disziplinen – wesentliche Rolle: Gerade in Situationen, wo das makroskopische Verhalten eines komplexen Systems sich qualitativ ändert, wird die Dynamik von im allgemeinen von wenigen Größen, eben den Ordnungsparametern, beschrieben und festgelegt – die in diesem Beitrag schon mehrfach hervorgehobene Komplexitäts*reduktion*. Damit eröffnete das Versklavungsprinzip eine neue Sicht außerhalb der Mathematik. Es war auch ein methodisches Hilfsmittel, das meinen Mitarbeitern und mir half, eine Fülle von Musterbildungen in den verschiedensten Gebieten theoretisch zu behandeln.

Das Versklavungsprinzip ist im Grunde nur ein weiteres Beispiel für die Doppelrolle der Mathematik als zum einen auf sich selbst bezogene Disziplin und zum anderen wichtige Einsichten in andere Disziplinen vermittelnd.

5 Das mathematische Gerüst der Synergetik

In diesem Abschnitt wende ich mich an solche Leser und Leserinnen, die etwas Näheres über die konkrete *mathematische* Formulierung dieses Gebiets erfahren möchten, ohne sich in die teils auch mühsamen Details verlieren zu müssen.

Das mathematische Gerüst der Synergetik beruht auf drei Säulen, die allerdings nicht unabhängig voneinander, sondern praktisch äquivalent sind. Auf welche der

Säulen wir unsere Darlegungen oder detaillierte Theorie aufbauen, hängt dann oft von dem speziellen Problem (und evtl. auch von dessen Verständlichmachung) ab.

Diese drei Säulen sind:

1) Evolutionsgleichungen (s. 5.1-5.8)
2) Fokker-Planck-Gleichungen (s. 5.9)
3) Mastergleichungen (Dichtematrix-Gleichungen) (s. 5.10)

(Für den Fachmann: diese Gleichungen können sich auf *klassische* wie auch auf *quantenmechanische* Systeme beziehen). Befassen wir uns mit diesen „Säulen“ in einzelnen. Bezüglich einer eingehenden Darstellung mit zahlreichen Literaturhinweisen sei auf [51] verwiesen.

Grundlegend für die Synergetik sind die Konzepte Ordnungsparameter und Versklavungsprinzip. Diese erläutern wir in dern Abschnitten 5.1 bis 5.8. Diese Konzepte sind auch bei Fokker-Planck-Gleichungen und Mastergleichungen anwendbar, erscheinen dort aber in anderer mathematischer Gestalt.

5.1 Beispiel einer Ordnungsparametergleichung

Ich beschränke mich hier, der Anschaulichkeit zuliebe, auf den klassischen Fall und beginne mit dem (fast) einfachsten Beispiel, das wir nämlich schon beim Laser antrafen. Allgemein gesprochen, haben wir es mit der zeitlichen Entwicklung einer Variablen *q(t)* zu tun, die der Gleichung

$$\dot{q} = \alpha q - \beta q^3 + F(t) \qquad (1)$$

genügt. Darin bedeuten:

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt}$$

Zeitableitung der Funktion *q(t).*

βq^3 Nichtlinearität mit einer Konstanten $\beta > 0$

αq mit Kontrollparameter $\alpha \geq 0$ oder < 0

F(t) fluktuierende (stochastische, d.h. zufällige Kraft)

Wie wir weiter unten sehen werden, spielt *q(t)* die Rolle des Ordnungsparameters. (1) hat den Charakter einer (nichtlinearen) Langevin-Gleichung. In der statistischen Physik waren nur lineare Langevin-Gleichungen bekannt $(\alpha < 0, \beta \equiv 0)$ und gelöst worden. Für den Nichtgleichgewichtsphasenübergang sind alle drei Glieder auf der rechten Seite von (1) unabdingbar: Das lineare Glied sorgt bei $\alpha > 0$ für die Instabilität, das nichtlineare Glied für neue stabile Zustände und *F(t)* für die Fluktuationen. Der Gesamteffekt wird deutlich wenn wir (1) als Gleichung für die überdämpfte Bewegung eines Teilchens in einem Potentialgebirge gemäß Abb. 3 deuten (vgl. Legende sowie die qualitative Diskussion in Abschnitt 1.4).

5.2 Beispiel für das Versklavungsprinzip

Ich betrachte hier das Beispiel von nur zwei Variablen, *q(t)* und *s(t)*, die den folgenden Gleichungen genügen sollen:

$$\dot{q} = -\kappa q + s \tag{2}$$

$$\dot{s} = -\gamma s + q - q^3 \tag{3}$$

mit $\kappa > 0$, $\gamma > 0$ und $\gamma >> \kappa$.

Um das Wesentliche herauszuarbeiten, habe ich einige Koeffizienten =1 gewählt. Ohne auf Details einzugehen, ist der Grundgedanke, dass sich *q* wegen $\gamma >> \kappa$ nur langsam, *s(t)* hingegen rasch verändert und gemäß (3) rasch auf *q(t)* reagiert. Dies bedeutet, dass $\dot{s}$ gegenüber $\gamma s(t)$ vernachlässigt werden kann, sodass sich einfach

$$s(t) = (1/\gamma)(q(t) - q^3(t)) \tag{4}$$

ergibt, was dann in (2) eingesetzt eine in sich geschlossene Gleichung für *q(t)* ergibt, die übrigens die gleiche Gestalt wie (1) hat. Da *s(t)* von *q(t)* bestimmt ist, wird in meiner Ausdrucksweise *s(t)* von *q(t) versklavt*. Die Gleichungen (2), (3) sind nur ein Spezialfall eines Systems von Gleichungen, in denen *q(t)* an viele andere Variablen $s_l(t), l = 1..., N$ gekoppelt ist.

$$\dot{q} = -\kappa q + \sum s_l \tag{5}$$

$$\dot{s}_l = -\gamma s_l + q - q^3 \tag{6}$$

Die Anwendung des Versklavungsprinzips gestattet es, die eventuell zahlreichen Variablen s_l zu eliminieren und so wiederum eine geschlossene Gleichung für *q(t)* zu erhalten, was der Leser/die Leserin leicht nachvollziehen kann.

5.3 Ordnungsparameter und Versklavung: Zirkuläre Kausalität

Unsere Betrachtungen legen einen fundamentalen Zusammenhang offen, der für alle sich selbst organisierenden Systeme zutrifft (und noch viel detaillierter als in unserem expliziten Beispiel hergeleitet werden kann). Gemäß (5) wird der Ordnungsparameter *q(t)* erst durch die Variablen $s_l(t)$ auf der rechten Seite von (5) „erzeugt". Umgekehrt aber werden gemäß (6) die $s_l(t)$ von *q(t)* festgesetzt (d.h. „versklavt"). *q(t)* und $s_l(t)$ beeinflussen sich also gegenseitig: „zirkuläre Kausalität".

Dies ist ein rein mathematischer Zusammenhang, der allerdings weitreichende philosophische Konsequenzen hat (Stichwort „Ontologie“).

5.4 Systeme mit vielen Variablen: Woher kommen die Ordnungsparameter?

Meine Darlegungen in den Abschnitten 1.1 und 1.2 stellen gewissermaßen nur die Spitze eines Eisberges dar. In der Tat konnte ich in meinem 1977 erschienen Buch eine – wie mir scheint – ziemlich umfassende Theorie der Nichtgleichgewichts-phasenübergänge, die ich hier nur andeuten kann, vorlegen. Wir betrachten ein System miteinander wechselwirkender Teile, deren Variablen wir mit *l=1,…n* indizieren und die von der Zeit *t* und, bei kontinuierlichen Systemen, auch vom Ort *x* (ein-, zwei- oder dreidimensional) abhängen, d.h.

$$q_l = q_l(x,t), \quad l = 1,2,\ldots n, \tag{7}$$

die wir als Komponenten eines Vektors *q* auffassen. Dieser genügt nichtlinearen, partiellen, stochastischen Differentialgleichungen der Gestalt

$$\dot{q} = N(q,\alpha) + F(q,t) \tag{8}$$

Darin stellt α einen Satz von Kontrollparametern dar. Bei kontinuierlichen Systemen mit Diffusion, Konvektion oder Wellenausbreitung enthält N auch Ortsableitungen. F sind fluktuierende Kräfte. Bei Langevingleichungen sind diese unabhängig von q, andernfalls gelten Kalküle wie sie von Îto, Stratonovich, Klimontovich entwickelt wurden. Es wird nun angenommen, dass für einen festen Satz von Kontrollparametern $\alpha = \alpha_0$ eine Ausgangslösung q_0 mit $(F \equiv 0)$ bekannt ist, wobei im Sinne der Theorie dynamischer Systeme q_0 ein (zeitunabhängiger) stabiler Fixpunkt ist, oder periodisch oder quasi-periodisch. Im Folgenden erläutere ich hier das weitere Vorgehen am Beispiel der Fixpunktlösung q_0. Durch Änderung eines Kontrollparameters (oder mehrerer) soll der Fixpunkt instabil werden. Zur linearen Stabilitätsanalyse wird N um q_0 mit Hilfe des Ansatzes

$$q = q_0 + w \tag{9}$$

linearisiert:

$$\dot{w} = L(q_0,\alpha)w, \tag{10}$$

wobei *L* eine Matrix mit konstanten Koeffizienten ist, aber auch (bei kontinuierlichen Systemen) Ortsableitungen enthält. Das asymptotische Verhalten der Lösungen ist:

instabil: $$w_i \propto \exp(\lambda_i, t), \mathrm{Re}\,\lambda_i \geq 0 \tag{11}$$

stabil: $$w_s \propto \exp(-\gamma_s, t), \mathrm{Re}\,\gamma_s > 0 \tag{12}$$

λ_i und $-\gamma_s$ sind die Eigenwerte von *L* unter den entsprechenden Randbedingungen. Um meine jetzige Darstellung möglichst einfach zu gestalten nehme ich an, dass λ_i und $-\gamma_s$ reell, diskret und nicht entartet sind. Dann lässt sich *w* in der Form

$$w_i = \exp(\lambda_i t)v_i(x) \tag{13}$$

$$w_s = \exp(-\gamma_s t)v_s(x) \tag{14}$$

schreiben. Die Gleichungen (8) werden nun mit dem Ansatz:

$$q(xt) = \sum_i \xi_i(t)v_i(x) + \sum_s \xi_s(t)v_s(x) \tag{15}$$

auf Gleichungen für die neuen Variablen ξ transformiert

$$\dot{\xi}_i = \lambda_i\xi_i + \hat{N}_i(\xi) + \hat{F}_i(\xi,t) \qquad i = 1,..m \tag{16}$$

$$\dot{\xi}_s = -\gamma_s\xi_s + \hat{N}_s(\xi) + \hat{F}_s(\xi,t) \quad s = m+1,...,n \tag{17}$$

wobei $\hat{N}_i, \hat{N}_s$ keine linearen Glieder, sondern nur noch höhere Potenzen von ξ_i, ξ_s enthalten und $\xi = (\xi_1,...\xi_n)$ ist.

Da bei der Transformation über Ortskoordinaten integriert wird, sind $\hat{N}_i, \hat{N}_s$ unabhängig von diesen. Die Analogie zwischen (16),(17) einerseits und (2),(3) andererseits weist auf die Anwendbarkeit des Versklavungsprinzips hin. Wobei ich eine allgemeine Fassung verwenden konnte, die von Arne Wunderlin initiiert worden war und dann sehr allgemein formuliert wurde (Wunderlin und Haken 1981), siehe auch [52]. Danach lassen sich alle versklavten Variablen $\xi_s(t)$ durch den jeweils vorliegenden Satz von Ordnungsparametern $\xi_i(t)$ zur gleichen Zeit *t* exakt ausdrücken.

$$\xi_s(t) = f_s(\xi_i(t),t). \tag{18}$$

Dabei stammt die explizite Zeitabhängigkeit von f_s nur von den fluktuierenden Kräften. Der Zusammenhang (18) war bis zu unserer damaligen Arbeit nur für den Fall ohne fluktuierende Kräfte und nur als Existenzsatz (Das Theorem der zentralen Mannigfaltigkeit mit $\lambda_i = 0$) bekannt. In unserem Fall konnten wir f_s explizit als Potenzreihe berechnen. Die Beziehung (18) stellt nun das Versklavungsprinzip allgemein dar. Das Verhalten der versklavten Teile ist durch die Ordnungsparameter und die fluktuierenden Kräfte bestimmt.

Mit seiner Hilfe lassen sich die versklavten Variablen explizit eliminieren und wir erhalten einen Satz von Gleichungen für die Ordnungsparameter allein. Bei sehr vielen konkreten Beispielen aus Physik, Chemie, Biologie sowie anderen Gebieten treten an den Instabilitätspunkten nur wenige Ordnungsparameter auf, während die

Zahl der versklavten Variablen sehr groß ist. Daraus resultiert eine enorme Informationskompression. Mit dieser Reduktion ergibt sich, zumindest in einem gewissen Rahmen, die Möglichkeit von Klassifikationen, zumindest wenn der Einfluss der fluktuierenden Kräfte nicht zu groß ist. Bei nur einem Ordnungsparameter haben wir immer:

$$\dot{\xi} = -\frac{dV}{d\xi} + F(t) \tag{19}$$

wobei wir mit Hilfe der Potential-„Landschaft“ $V(\xi)$ das Verhalten von ξ leicht deuten können.

Bei zwei Ordnungsparametern ergeben sich nach der Theorie dynamischer Systeme entweder Fixpunkte oder Grenzzyklen (periodische Bewegungen). Auch der Fall mehrerer Ordnungsparameter mit $\xi = (\xi_1, ..\xi_n)$ wird einer Klassifikation zugänglich, wenn es sich um eine Potentialgleichung handelt:

$$\dot{\xi} = -grad_{\xi} V(\xi) \tag{20}$$

wobei *V* noch von einem oder mehreren Kontrollparametern abhängt. Die Thomsche Theorie für das Verhalten der Fixpunkte in Abhängigkeit von einem oder zwei Kontrollparametern ist hierfür ein bekanntes Beispiel.

Eine weitere Klassifizierungsmöglichkeit eröffnet die Gruppentheorie wenn den untersuchten Systemen *Symmetrien* zugrunde liegen: z.B. die Translationssymmetrie in einer, zwei oder drei Dimensionen, Rotationssymmetrie auf einer Kugel etc. Ein sehr schönes Anwendungsbeispiel lieferte Rudolf Friedrich, in dem er die Bewegungsmuster einer Flüssigkeitsschicht auf einer Kugel berechnete, wobei die Schicht von innen erhitzt und von außen gekühlt wird.

5.5 Verallgemeinerte Ginzburg-Landau-Gleichungen

Wie wir oben sahen, bestimmen die Wachstumsraten von $\lambda_i \geq 0$ welche Größen ξ_i (vgl. 11) als Ordnungsparameter auftreten. Dabei sprach ich nur von „einigen“ dieser Parameter. Gemeinsam mit Robert Graham untersuchte ich einen völlig anderen Fall (Vgl. Graham, Haken [5,6]): Ein ganzes *Kontinuum* von λ-Werten wird positiv. Unser konkretes Beispiel war ein unendlich langer Laserstab, in dem es ein Kontinuum möglicher elektromagnetischer Wellen gibt, von denen dann aufgrund ihrer Wechselwirkung mit den angeregten Atomen ein Kontinuum von Laserschwingungen auftritt. Ähnliche obgleich auch allgemeinere Verhältnisse treten auch in der Flüssigkeitsdynamik und bei großflächigen chemischen Reaktionen jeweils bei Nichtgleichgewichtsprozessen auf. Eine detaillierte Herleitung der Ordnungsparametergleichungen, die mathematisch aufwendig ist, würde den Rahmen des vorliegenden Textes sprengen. Deshalb sei hier nur der Grundgedanke meines allgemeinen Vorgehens [51] erläutert. Bei den Lösungen *w* der linearisierten Gleichungen handelt es sich wegen der Translationssymmetrie um Wellen mit

Wellenzahlvektoren *k*. Dabei wird am Instabilitätspunkt ein ganzes Band von Wellen um einen bestimmten Vektor k_0 instabil. Es liegt daher nahe, hier Wellenpakete zu betrachten. Dabei zeigt sich, dass es günstig ist, vom *k*-Raum in den Ortsraum überzugehen.

Damit werden aus den Ordnungsparametern $\xi_k(t)$ ortsabhängige Ordnungsparameter $\psi(x,t)$ oder allgemeiner $\psi_j(x,t)$. Zugleich werden die Eigenwerte λ_j , die insbesondere *k*-abhängig waren, $\lambda_j \to \lambda(k)$ nun zu Operatoren im Ortsraum, wobei $\lambda(k) \to \lambda(igrad_x)$. Z.B. wird nun aus $\lambda(k) = a + bk^2$, mit a,b Konstante, der Operator

$$a - b\Delta, \Delta : Laplaceoperator$$

Im einfachsten Fall ergibt sich so eine Ordnungsparametergleichung der Gestalt:

$$\dot{\psi}(x,t) = (a - b\Delta)\psi(x,t) + N(\psi(x,t)) + F(x,t) \tag{21}$$

Mit $N(\psi) = -c\psi^3$ ist diese Gleichung genau von der Gestalt der Ginzburg-Landau-Gleichung, wie sie phänomenologisch von diesen Autoren in die Supraleitungstheorie eingeführt wurde. Bei den uns hier interessierenden Systemen im Nichtgleichgewicht lassen sich derartige Gleichungen aus den mikroskopischen bzw. makroskopischen Grundgleichungen (z.B. Navier-Stokes…) herleiten, wobei ich auch ganze Sätze von gekoppelten Ordnungsparameter-Gleichungen fand. Die verallgemeinerten Ginzburg-Landau-Gleichungen können dann mit oder (zumeist) ohne Fluktuationen als Ausgangspunkt für die theoretische Behandlung von Strukturbildungen in Physik, Chemie und Biologie bilden. Hierzu gehören u.a. wellenartige Erscheinungen, aber auch partikelhaftes Verhalten lokaler Anregungszustände, in der neueren Literatur auch als „dissipative Solitonen“ bezeichnet.

5.6 Vom Ursprung der Analogien

Wie wir schon mehrfach betonten, besteht das zentrale Anliegen der Synergetik im Auffinden von allgemeinen Prinzipien, die dem makroskopischen Verhalten komplexer Systeme zugrunde liegen. Sind dann bestimmte Prinzipien bekannt, so lassen sich, wie ich jetzt kurz zeigen will, ausgeprägte Analogien im Verhalten von ganz verschiedenartigen Systemen herstellen. Ein, wie wir heute wissen, für große Klassen von Systemen gültiges Prinzip besteht im Auftreten niedrig-dimensionaler Ordnungsparameter in der Nähe von Instabilitätspunkten. Befassen wir uns in unserem ersten Beispiel mit solchen Konfigurationen von System-Elementen, die nur zeit- aber nicht *ortsabhängig* sind, und betrachten wir deren Verhalten in der Nähe von Instabilitätspunkten. Wird nur *eine* spezielle Konfiguration instabil, so haben wir es mit nur *einem* Ordnungsparameter zu tun. Dieser kann von einem zeitunabhängigen Zustand (potentiell) in mehrere neue zeitunabhängige übergehen. Lässt man Rauscheinflüsse weg, so haben wir es im Sinne der Bifurkationstheorie mit einer „Pitchfork-Bifurkation“ zu tun. Berücksichtigen wir das Rauschen, so kommt es in der Nähe der Instabilität zu „kritischen Fluktuationen“. Darüber hinaus entscheiden Zufallsprozesse darüber, welcher „Zweig“ der Bifurkation eingenommen wird. Wir haben es mit dem einfachsten Fall eines Nichtgleichgewichts-phasenübergangs zu tun. Bei *zwei* Ordnungsparametern tritt neben dem eben beschriebenen Verhalten noch ein ganz neues auf: Das Einsetzen einer Oszillation, die aus dem zeitunabhängigen Zustand hervorgeht – eine „Hopf-Bifurkation“, die zu einem Grenzzyklus führt. Bei *drei* Ordnungsparametern kommt wiederum neben dem eben beschriebenen Verhalten noch der Übergang zum *deterministischen Chaos* hinzu. Berühmte Beispiele sind der Lorenz-Attraktor ebenso wie der einfachere Rössler-Attraktor.

Nach jetzigem Stand der Forschung scheint eine Klassifizierung des Verhaltens von mehr als drei Ordnungsparametern offen – mit Ausnahme des Falles, dass die Ordnungsparametergleichungen aus einem *Potential* ableitbar sind. Dann entstehen am Instabilitätspunkt jeweils ganze Sätze von neuen „Fixpunkten“ (wie die zeitunabhängigen Lösungen in der Theorie dynamischer Systeme genannt werden). Bislang hatte ich den Fall besprochen, dass ein Ruhezustand instabil wird. Daneben habe ich damals (1983) [51] den Fall untersucht, dass ein Grenzzyklus instabil wird. Dabei können mehrere neue solcher Zyklen entstehen, aber auch noch eine zusätzliche Oszillation auftreten. Im Kontext der Synergetik ist hervorzuheben, dass nach dem Versklavungsprinzip alle einzelnen Teile genau das gleiche Zeitverhalten wie die Ordnungsparameter zeigen – eine völlige Synchronisation also.

Kommen wir nun zu den vielleicht noch interessanteren Erscheinungen, dem Auftreten räumlicher oder raumzeitlicher makroskopischer Muster. Beispiele hierfür sind Streifenmuster (bei dreidimensionaler Betrachtung: Rollen) in Flüssigkeiten, bei bestimmten chemischen Reaktionen, auf Zebras, oder manchen tropischen Fischen. Auch andere Muster finden wir bei solchen Objekten: bienenwabenartige Strukturen, oder auch Spiralen. Woher kommen diese verblüffenden Ähnlichkeiten, obwohl die einzelnen Systemelemente doch ganz verschieden sind? Den Schlüssel hierzu liefern wiederum die Ordnungsparameter und das Versklavungsprinzip. Als konkretes Beispiel betrachten wir ein makroskopisch homogenes Medium in Form einer Schicht, deren Dicke klein sei gegen die Abmessungen in den anderen beiden Richtungen, die wir in kartesischen Koordinaten x und y nennen. Die dritte Koordinate ist dann z. Alle Größen, die unser System lokal kennzeichnen, wie lokale Temperatur, Dichte, Konzentrationen, Geschwindigkeit etc. (etwa bei Flüssigkeiten, chemischen Reaktionen, Verbänden biologischer Zellen) fassen wir in dem orts- und zeitabhängigen Zustandsvektor

$$q(x,y,z;t)$$

zusammen. In der Nähe einer Instabilität lässt sich unsere frühere Beziehung (15) in der Form

$$q(x,y,z;t) = \sum_k \xi_k(t) v_k(x,y,z) + \textit{versklavte Moden}$$

schreiben. Die Summe über k nenne ich das Modenskelett. Dieses bestimmt in führender Ordnung q, gibt also das räumliche (oder raumzeitliche) Muster vor. Die nur vom Ort abhängigen Funktionen v_k stellen die instabil werdenden räumlichen

Konfigurationen dar. Nehmen wir an, dass das Medium in der *x*,*y*-Ebene „praktisch“ unendlich ausgedehnt ist, so ist das System in dieser Ebene translationsinvariant. Daher lassen sich die Lösungen in der Form $v_k(x,y,z) = \exp(ik_x x + ik_y y) w_k(z)$ schreiben.

Beim Betrachten der Muster genügt es, einen festen Wert von $z = z_0$ zu nehmen, so dass v_k nur noch von *x*,*y* abhängt, also lediglich eine ebene Welle darstellt. Führen wir nun auch in der Ebene endliche Randbedingungen ein, so werden die Werte des „Wellenvektors“ *k* diskret und es wird z.B. nur eine einzige stehende Welle in der Form $v_k = \sin(k_x x)\sin(k_y y) w(z_0)$ instabil. Dies bedeutet, dass nur ein einziger Ordnungsparameter von Null verschieden ist. Der Zustandsvektor *q* hat dann die Form

$$q(x,y,z_0;t) = const.\xi(t)\sin(k_x x)\sin(k_y y)$$

Dies ist aber ein Streifenmuster, wenn z.B. $\sin(k_y y)$ keine Knoten hat, andernfalls entsteht ein Rechteckmuster.

Ganz offensichtlich spielt bei diesen Überlegungen die detaillierte Systemdynamik keine Rolle – das Ergebnis trifft auf ganz verschiedene Systeme zu. Mit diesem Beispiel habe ich sozusagen nur die Spitze des Eisbergs gezeigt. Die darunterliegende Theorie kann ich hier aus Platzgründen nur andeuten:

Sind gleichzeitig mehrere v_k Funktionen instabil, so entscheiden die Gleichungen für die Ordnungsparameter über die Konkurrenz oder Kooperation. So kann unter bestimmten Bedingungen nur ein *v* „überleben“ – es entsteht ein Streifenmuster. Oder aber können sich mit Hilfe ihrer Ordnungsparameter drei Wellen, deren Wellenvektoren ein Dreieck bilden, gegenseitig stabilisieren: Es entstehen Hexagone (d.h. Bienenwabenmuster)!

Unter den weiteren Möglichkeiten sei noch die folgende hervorgehoben, da diese ebenfalls z.B. bei chemischen Reaktionen gefunden wird: Spiralmuster. Der Weg zu theoretischen Behandlung führt über eine Transformation von den kartesischen Koordinaten zu Polarkoordinaten ρ und φ.

Im Falle der Kreisbegrenzung ergeben sich ein-, zwei- oder mehrarmige Spiralen.

Noch ein letztes Wort: neben den qualitativen Einsichten, die wir hier gewonnen haben, bleibt die Frage nach den expliziten Lösungen der hier diskutierten Gleichungen. Dies ist an meinem Institut und auch anderswo für die *nichtlinearen* Gleichungen *ohne* fluktuierende Kräfte entweder analytisch oder numerisch oder durch eine Kombination von beiden geschehen (s.a. Friedrich, Bestekorn, Marx und andere). Werden die fluktuierenden Kräfte berücksichtigt, so greifen die analytischen Methoden praktisch nur, wenn die jeweiligen Gleichungen linearisiert werden, was oft außerhalb der Instabilitätspunkte möglich ist. In der Nähe solcher Phasenübergänge war ein anderer Zugang erfolgreich: der über die Fokker-Planck-Gleichung.

5.7 Woher stammen Dämpfungen und Fluktuationen?

Bei den von der Synergetik untersuchten Systemen handelt es sich, wie wir weiter oben schon sahen, um offene Systeme. Dies bedeutet, dass ein solches System an seine Umgebung angekoppelt ist, um von dieser Energie, Materie oder auch Informationen zu erhalten oder auch abzugeben.

„Eigentlich“ müssten dann auch alle Variablen dieser äußeren Systeme mit in Betrachtung gezogen werden. (Im Sprachgebrauch der Thermodynamik wirken die äußeren Systeme als Wärmebäder). Ein solches Wärmebad (auch Reservoir genannt) soll ein „praktisch“ unendlich großes System sein, das sich im Temperaturgleichgewicht (*T*) befindet. Um deren Einwirkung auf das von uns untersuchte System zu berücksichtigen, griffen wir auf ein bereits in der statistischen Physik entwickeltes Konzept zurück. In einem ersten Schritt wird das eigentliche System (zumindest gedanklich) an die Variablen des Wärmebads gekoppelt. In einem zweiten Schritt werden dann die Badvariablen mit bestimmten mathematischen Verfahren eliminiert, was zur Frage hat, dass die ursprünglichen (übrigens reversiblen) Bewegungsgleichungen des eigentlichen Systems Zusatzglieder erhalten, die sich als Dämpfung und Fluktuation manifestieren. Ein konkretes Beispiel möge diese doch etwas abstrakte Darlegung erläutern.

Ein harmonischer Oszillator mit Ortskoordinate *x* und Impuls *p* wird an ein Bad gekoppelt, das aus unendlich vielen Oszillatoren besteht. Um hier unnötige Konstante zu vermeiden, benutzen wir *x* und *p* nach einer Umskalierung als dimensionslose Variable, die den Gleichungen

$$\dot{x} = \omega p \qquad (22)$$

$$\dot{p} = -\omega x \qquad (23)$$

genügen. Der mathematischen Eleganz zuliebe fassen wir *x* und *p* zu einer komplexen Variablen

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}}(x + ip) \qquad (24)$$

zusammen, die dann der Oszillatorgleichung

$$\dot{b} = -i\omega b \qquad (25)$$

genügt. Analog dazu führen wir komplexe Badvariablen $(B_k), k = 1,2,\ldots,\infty$ ein.

Die gekoppelten Bewegungsgleichungen (26) und (27) (die sich selbst wieder aus einer Hamiltonfunktion ableiten lassen) lauten

$$\dot{b} = -i\omega b + i\sum_k g_k B_k \qquad (26)$$

$$\dot{B}_k = -i\Omega_k B_k + i g_k b \tag{27}$$

Hierin sind Ω_k die Frequenzen der Badoszillatoren und g_k die (hier als reell angenommen werden) Kopplungskonstanten.

Die Differentialgleichungen (27) lassen sich leicht lösen.

$$B_k(t) = B_k(0)\exp(-i\Omega_k t) + i g_k \int_0^t \exp(i\Omega_k(\tau - t)b(\tau)d\tau. \tag{28}$$

Setzen wir (28) in (26) ein, so ergeben sich wegen der beiden Glieder auf der rechten Seite von (28) in der Oszillatorgleichung (26) zwei Zusatzglieder, die wir *D* und *F* nennen:

$$\dot{b} = -i\omega b + D + F. \tag{29}$$

Dabei ist

$$D(t) = -\sum_k g_k^2 \int_0^t \exp(i\Omega_k(\tau - t))b(\tau)d\tau \tag{30}$$

und

$$F(t) = i\sum_k g_k B_k(0)e^{-i\Omega k t}. \tag{31}$$

Damit sind die Badvariablen $B_k(t)$ (als Funktionen der Zeit) aus der eigentlichen Oszillatorgleichung eliminiert, wenngleich sie als Anfangsbedingungen $B_k(0)$ noch vorhanden sind. Das eigentliche, und nur durch Zusatzannahmen zu lösende Problem besteht in der adäquaten Auswertung der Ausdrücke (30) und (31). Dies kann hier nur angedeutet werden. Unter der Annahme, dass in der Umgebung von $\Omega_k = \omega$ das Ω-Spektrum kontinuierlich und genügend breit ist, lässt sich *D* zu

$$D = -\kappa b(t) \tag{32}$$

vereinfachen, wobei κ eine Konstante ist. Deren Größe ist durch die g_k bestimmt. Diese Beziehung beschreibt offensichtlich die Dämpfung der Variablen *b*(*t*). Um die Bedeutung und die Eigenschaften von *F*(*t*) müssen wir noch weiter auf das Instrumentarium (oder die „Trick-Kiste“?) der statistischen Physik und Thermodynamik zurückgreifen. Wir nehmen an, dass die Badoszillatoren im thermischen Gleichgewicht sind und damit selbst einer Statistik unterworfen sind. Da der Real- bzw. Imaginärteil von B_k gleich häufig positive und negative Werte annimmt, gilt für den statistischen Mittelwert

$$\langle B_k \rangle = 0. \tag{33}$$

Hieraus folgt unmittelbar

$$\left\langle F(t)\right\rangle = 0. \tag{34}$$

Die Eigenschaften von *F*(*t*) erschließen sich erst über Korrelationsfunktionen, insbesondere

$$\left\langle F^*(t)F(t')\right\rangle. \tag{35}$$

Unter den gleichen, schon oben genannten Annahmen ergibt sich

$$\left\langle F^*(t)F(t')\right\rangle = \kappa\left\langle B_k{}^*(0)B_k(0)\right\rangle\delta(t-t'). \tag{36}$$

Darin ist κ identisch mit der Dämpfungskonstanten in (32), und $\left\langle B_k{}^*B_k\right\rangle$ der thermische Mittelwert von $B_k{}^*B_k$ eines Oszillators κ, mit der Frequenz $\Omega_k = \omega$.

$\delta(t-t')$ ist die Diracsche δ-Funktion, die im jetzigen Kontext besagt, dass die Fluktuationen ein kurzes „Gedächtnis" haben. Schreiben wir die Relation (36) in der Form

$$\left\langle F^*(t)F(t')\right\rangle = Q\delta(t-t'), \tag{37}$$

wobei *Q* die Stärke der Fluktuationen ist, so erhalten wir

$$Q = \kappa\left\langle B_k{}^*(0)B_k(0)\right\rangle. \tag{38}$$

Dies ist ein Beispiel eines *Dissipations-Fluktuations-Theorems*, das die Stärke der Fluktuationen *Q* mit der Dissipationskonstanten κ verknüpft. Ein Theorem dieser Art hatte schon Einstein für die Langevin-Gleichung der Brownschen Bewegung mit Hilfe rein thermodynamischer Argumente hergeleitet, wobei sich

$$Q \sim \kappa kT, \tag{39}$$

k Boltzmann Konstante, *T* absolute Temperatur, ergab. Den von Einstein berechneten Vorfaktor habe ich in (39) weggelassen, die wir hier mit dimensionslosen Variablen gerechnet haben. Ohnehin bedarf die Auswertung von $\langle ... \rangle$ in (38) bei einer modernen Behandlung der Quantentheorie. Dies sei hier lediglich angedeutet. Bei der Quantentheorie des harmonischen Oszillators werden die Variablen *b*, B_k gemeinsam mit ihren adjungierten $b^\dagger, B_k^\dagger$ zu Vernichtungs- (b, B_k) bzw. Erzeugungs- $(b^\dagger, B_k^\dagger)$ *Operatoren* eines Quants (Bosons, Photons, Phonons,…). Der Mittelwert $\langle ... \rangle$ wird damit zum quantenmechanischen und statistischen Mittelwert der Zahl der Quanten, d.h. $\left\langle B_k^\dagger B_k\right\rangle = n_k(T)$.

Nach der Quantenstatistik ist diese durch

$$n_k(T) = (\exp(\hbar\omega / kT) - 1)^{-1} \tag{40}$$

gegeben, die für

$kT >> \hbar\omega$ in

$n_k(T) = kT/\hbar\omega$ übergeht. Dies entspricht dem Einstein-Resultat, wobei jetzt wegen unserer Umskalierung der Variablen u.a. ein Faktor $(1/\hbar\omega)$ auftritt.

5.8 Dämpfungen und Fluktuationen in der Synergetik

Ein wichtiges Teilgebiet der Synergetik ist die Beschäftigung mit Strukturbildungen, die in der Natur oder im Experiment fern vom thermischen Gleichgewicht erfolgen. Während in der Thermodynamik, z.B. beim Carnotschen Kreisprozess, das betrachtete System jeweils nur an ein Wärmebad mit seiner Temperatur angekoppelt wird, müssen wir in der Synergetik unser System *gleichzeitig* an Wärmebäder *verschiedener* Temperaturen ankoppeln. Dies bedeutet, dass wir *mehrere* Dämpfungskonstanten $\kappa_j, j = 1,2,...$ einführen müssen. Dabei sprechen wir wegen $\kappa_j = (1/\tau_j)$ besser von Relaxationszeiten τ_j. Dies ist auch deshalb geboten, weil durch bestimmte Wärmebäder nicht nur Energie dissipiert wird, sondern diese dem System auch zugeführt wird. Nach dem Dissipations-Fluktuationstheorem wirken dann gleichzeitig auch *verschiedene* Fluktuationen (besser jetzt gesagt: Rauschquellen) ein. Um dies an meinem Standardbeispiel des Laser zu erläutern: Seine „Komponenten" sind einerseits das Lichtfeld, dargestellt durch die Lichtfeldamplitude *E* und andererseits die einzelnen Atome, jedes repräsentiert durch sein Dipolmoment p_j und seine Inversion d_j (j=1, … , *N* Zahl der Atome). Jede einzelne dieser Variablen *E*, p_j, d_j, wurde an ein entsprechendes Bad gekoppelt, was zu den jeweiligen Relaxationszeiten

$$E : \tau_e = 1/\kappa$$

$$p_j : \tau_{pj}$$

$$d_j : \tau_{dj}$$

führt. Zugleich mussten die entsprechenden Rauschkräfte berücksichtigt werden. Übrigens mussten wir bei unserer quantentheoretischen Behandlung des Lasers auch quantentheoretische Dissipations-Fluktuations-Theoreme verwenden. Während diese für Bosonen (s.o.) in der Literatur bekannt waren, mussten wir diese für Atome (mit Ihren Elektronen) neu herleiten. Etwa gleichzeitig wurde an unserem Institut von Haake und Weidlich ein anderer, jedoch äquivalenter Weg mit Hilfe der Mastergleichung (Dichtematrix) beschritten.

5.9 Die Fokker-Planck-Gleichung

Auch hier muss ich mich auf einige Andeutungen beschränken. Wie schon bemerkt, lassen sich für die nichtlinearen Langevin-Gleichungen keine Lösungen in geschlossener Form finden, wenn wir uns in der Nähe der Instabilität ($\alpha = 0$) befinden. Hier hilft die Fokker-Planck-Gleichung weiter, die aus einer (linearen oder nicht-linearen) Gleichung hergeleitet werden kann. Betrachten wir den Fall nur einer Variablen *q*. Die Langevin-Gleichung habe die Gestalt

$$\dot{q} = K(q) + F(t), \tag{41}$$

wobei für die fluktuierende Kraft gelten soll

$$\langle F(t) \rangle = 0, \langle F(t)F(t') \rangle = Q\delta(t - t'). \tag{42}$$

$\langle \ldots \rangle$ bedeutet dabei Mittelung über den Zufallsprozess, und *Q* ist die Stärke der Fluktuation. $\delta(t - t')$ ist Diracs δ-Funktion. Dann lautet die zugehörige Fokker-Planck-Gleichung

$$\dot{f}(q,t) = -\frac{d}{dq}(K(q)f) + \frac{1}{2}Q\frac{d^2 f}{dq^2}. \tag{43}$$

für die *q*- und *t*-abhängige Verteilungsfunktion *f* (*q,t*).

Genauer gesagt ist *f* eine Wahrscheinlichkeitsdichte. *f*(*q,t*)*dq* gibt die Wahrscheinlichkeit an, die Variable *q* (z.B. den Ort eines Teilchens) zur Zeit *t* mit der Größe *q* im (kleinen) Intervall *dq* anzutreffen. Zwar kann für den Fall, dass *K* nichtlinear ist, die zeitabhängige Gleichung (43) nicht geschlossen gelöst werden, wohl aber für den stationären Fall, $\dot{f} = 0$. Da die „Kraft" *K(q)* aus einem Potential $V(q)$ gemäß $K(q) = -\frac{dV(q)}{dq}$ abgeleitet werden kann, lässt sich die Lösung zu (42) explizit angeben.

$$f(q) = N\exp(-2V(q)/Q), \tag{44}$$

wobei der Normierungsfaktor *N* mittels der Bedingung $\int_{-\infty}^{+\infty} f(q)dq = 1$ zu berechnen ist.

Die explizite Form (44) gestattete es Hannes Risken aus meiner Gruppe, erstmalig die Verteilungsfunktion des Laserlichts explizit anzugeben (wegen Lösungsmethoden zur Behandlung der zeitabhängigen Fokker-Planck-Gleichung sei auf die Monografie von Risken verwiesen).

Lassen sich die Resultate (43)-(44) auf mehrere Variable $q_1,\ldots,q_n$, die wir zu einem Vektor *q* zusammenfassen, übertragen? Die Antwort müssen wir in zwei Teile aufspalten.

1) Fassen wir die Langevin-Gleichung als Vektordifferentialgleichung auf, so lässt sich in der Tat die Fokker-Planck-Gleichung angeben, wobei *f*(*q,t*) wiederum eine Wahrscheinlichkeitsdichte im *q*-Raum ist:

   $$\dot{f}(q,t) = -grad(K(q)f) + \frac{1}{2}\sum_{jl} Q_{jl}\frac{\partial^2 f}{\partial q_j \partial q_l} \tag{45}$$

   sofern für die fluktuierenden Kräfte gilt

$$\langle F_j(t)\rangle = 0, \langle F_j(t)F_l(t')\rangle = Q_{jl}\delta(t-t') \tag{46}$$

2) Selbst im Falle $\dot{f}(q,t) = 0$ lässt sich das Resultat (44) nur in Spezialfällen herleiten, z.B. wenn $K(q)$der Gradient eines Potentials $V(q)$, d.h. $K(q) = -grad_q V$ und $Q_{jl} = \delta_{jl} = \begin{cases} 1 für j = l \\ 0 für j \neq l \end{cases}$ gilt. Immerhin führt die Potential-„Landschaft" $V(q)$ zu einer einfach bestimmten Verteilungs-Landschaft, bei der die „Berge" gerade die „Täler" von $V(q)$ sind. Der Vorteil ist hier, dass wir so einen globalen Überblick, d.h. im ganzen q-Raum erhalten. Diese Hinweise mögen hier genügen, um dem Leser, der Leserin, ein Gefühl für diese Methodik und ihre Wirksamkeit zu vermitteln.

Im Rahmen der Synergetik haben wir uns mit derartigen Fragen im Hinblick auf Nichtgleichgewichtsphasenübergänge gefasst, wobei die Fokker-Planck-Gleichung ein wichtiges Hilfsmittel war.

5.10 Mastergleichung

Auch hier muss ich mich auf einige wenige Bemerkungen beschränken. Mastergleichungen spielten schon seit Langem eine wesentliche Rolle, wenn es sich um die Modellierung des *statistischen Verhaltens diskreter Variablen* handelte. Wichtige Anwendungen der Mastergleichung auf die Soziologie finden sich bei Weidlich [11]. Ein typisches Beispiel sind Geburts- und Todesprozesse (birth- and death processes) z.B. bei einer Vogelpopulation, allgemeiner also in der Populationsdynamik, aber auch etwa in der Chemie: Erzeugung- und Vernichtung von Molekülen bestimmter Spezies. Die mathematische Formulierung verläuft dann folgendermaßen: Die Zahl der Moleküle (Individuen etc.) der Sorte j=1,.., s bezeichnen wir mit n_j und fassen diese zu dem Zustandsvektor

$$n = (n_1, .., n_s) \tag{47}$$

zusammen. Wir betrachten dann die *Wahrscheinlichkeit*, dass zu einem Zeitpunkt t ein bestimmter Zustand n realisiert ist: $P(n, t)$. Als Funktion von n betrachtet, beschreibt $P(n, t)$ eine Wahrscheinlichkeits*verteilung*. Diese ändert sich im Laufe der Zeit durch Erzeugungs- und Zerfallsprozesse, was durch die Mastergleichung

$$\dot{P}(n,t) = \sum_{n'} w(n,n')P(n',t) - P(n,t)\sum_{n'} w(n',n) \tag{48}$$

erfasst wird. $w(n,n')$ ist dabei die Übergangswahrscheinlichkeit pro Sekunde für den Prozess $n' -> n$ und $w(n',n)$ entsprechend. (Mathematisch gesehen stellt (48) einen kontinuierlichen Markov-Prozess dar). Die Kunst des Modellierers besteht darin, adäquate Ausdrücke für $w(n,n')$ und $w(n',n)$ zu formulieren. Meinem Freund und Kollegen Wolfgang Weidlich gelang dies – in Anlehnung an das sog. Ising-Modell des Ferromagnetismus – auf einem ganz anderen Gebiet: der Soziologie, wo er ein Modell der Meinungsbildung entwarf und insbesondere die stationäre Lösung der

Mastergleichung für den Fall einer Variablen auffand (vgl. 2.1). Um zeitabhängige Vorgänge zu untersuchen, ist es meist zweckmäßig, zu Mittelwertgleichungen überzugehen. Bei einer Variablen *n* lautet dann eine solche für

$$\overline{n} = \sum_n nP(n,t), \tag{49}$$

$$\frac{d}{dt}\overline{n} \equiv \sum_n n\dot{P}(n,t) = \sum_{nn'} nw(n,n')P(n',t) - \sum_{nn'} nP(n,t)w(n',n). \tag{50}$$

Von einfachen Spezialfällen abgesehen, ist es nicht möglich, die rechte Seite wieder durch $\overline{n}$ gemäß (49) auszudrücken. Vielmehr muss dann z.B. eine Hierarchie von Gleichungen für $\overline{n}^2 = \sum_n n^2P(n,t), \overline{n}^3 = \ldots$ usw. aufgestellt und dann geeignet abgebrochen werden. Oder diese rechte Seite muss durch geeignete Näherungen ausgewertet werden. In einem solchen Fall ist es oft besser, von Anfang an von plausiblen Gleichungen für $\overline{n}$ auszugehen, z.B. von

$$\frac{d}{dt}\overline{n} = a\overline{n} - b\overline{n}^2$$

(was nichts anderes als die Verhulst-Gleichung der Populationsdynamik ist).

Noch eine abschließende Bemerkung: Da im Rahmen der Synergetik das *Versklavungsprinzip* eine wesentliche Rolle spielt, habe ich dieses auch für die Mastergleichung hergleitet. Konkret heißt dies, dass eine Mastergleichung mit vielen „Variablen" $n_1, \ldots, n_N$ auf eine mit sehr *wenigen* reduziert werden kann. Die Möglichkeit hierzu ergibt sich aus der relativen Größe der Übergangswahrscheinlichkeiten.

6 Das Theoriegebäude der Synergetik

Die Graphik von Abb. 15 gibt einen Überblick, welche Gebiete mit ihren Methoden und Konzepten bei der Entwicklung der Theorie der Synergetik eine Rolle gespielt haben. Mit den Doppelpfeilen soll zugleich verdeutlicht werden, dass die Synergetik umgekehrt auch – wie mir scheint, wesentliche – Beiträge zu diesen Gebieten geleistet hat.

Einige Hinweise mögen hier genügen. Historisch gesehen war für mich bei der Behandlung des Lasers die *Quantenfeldtheorie* mit ihrem Operatorkalkül und den Heisenbergschen Bewegungsgleichungen der Ausgangspunkt. Diese mussten aber wegen der Kopplung an *Wärmebäder* (ein Konzept der *Thermodynamik*) ergänzt werden. Ich erfasste deren Wirkung, wie aus der *statistischen Physik* bekannt, durch Dämpfungsglieder und fluktuierende Kräfte (*Langevin-Gleichung*). Hierbei führte ich erstmalig quantenmechanische fluktuierende Kräfte für die atomaren Operatoren ein (Kräfte für Photonen waren schon früher bekannt).

Die Methode der *adiabatischen Elimination* dehnte ich auf Operatoren aus. Im Gegensatz zu den herkömmlichen Langevin-Gleichungen (Brownsche Bewegung) war die resultierende Heisenberg-Langevin-Gleichung nichtlinear und wurde – wieder im Operatorkalkül – durch Linearisierung bzw. Quasilinearisierung gelöst. Durch die Benutzung einer Fokker-Planck-Gleichung konnte auch der Übergangsbereich Lampe/Laser erfasst werden. Die hierbei erzielten Resultate ließen sich in der Nomenklatur der Landau-Theorie der *Phasenübergänge* wiedergeben. Wir hatten es erstmalig mit einem Nichtgleichgewichtsphasenübergang eines Quantensystems zu tun.

Ein weiterer Zugang zur Behandlung offener Quantensysteme ergab sich durch die Methode der *Dichtematrix*. Mit Hilfe des Konzepts der quantenmechanisch-klassischen Korrespondenz (Wigner-Funktion, Glauber-Sudarshan-Darstellung) lässt sich aus der Dichtematrixgleichung eine verallgemeinerte *Fokker-Planck*-Gleichung und daraus eine „konventionelle" Fokker-Planck-Gleichung herleiten. Die letztere wurde von Risken direkt gewonnen, indem er die Laser-Langevin-Gleichung als klassische Gleichung deutete (s.o.).

Damit sind wir beim „klassischen" (d.h. *nicht*-quantenmechanischen) Bereich der Synergetik angelangt. Die Gleichungen, mit denen wir es zu tun hatten, waren gekoppelte, nichtlineare, partielle, stochastische Differentialgleichungen, die dem Gebiet nach sowohl der *statistischen Physik* als auch der Theorie der *dynamischen Systeme* angehören. Ich glaube, dass wir in meinem Institut in Stuttgart wesentlich zur Entwicklung dieser Verbindung beigetragen haben. Selbst wenn wir den Anteil „Stochastik" weglassen, ergeben sich Beiträge zur *Bifurkationstheorie*, auch in kontinuierlichen Medien („verallgemeinerte Ginzburg-Landau-Gleichungen", Bifurkation von Tori etc.).

Auch zum Theorem der *Zentralen Mannigfaltigkeit* lieferten wir unseren Beitrag (vgl. den Abschnitt 4.5 „Begegnungen mit Mathematikern", wo sich auch eine Bemerkung zu einem Bezug zur *Katastrophentheorie* findet).

Schließlich muss ich mich noch mit den untersten drei Kästchen meiner Grafik befassen. Durch die Benutzung einer *Fokker-Planck-Gleichung* konnte auch der Übergangsbereich Lampe/Laser erfasst werden.

Das der *Informatik* angehörende Konzept der Information ermöglichte über das Konzept der Informationsentropie und seiner Maximierung eine Art von phänomenologischem Zugang zur Synergetik. Auf Anwendungen auf die Computerwissenschaft bin ich im Abschnitt über Mustererkennung eingegangen.

Mit der Kybernetik verbindet die Synergetik die Auffassung, dass es in der belebten und unbelebten Natur gleiche Steuerungsprinzipien gibt. Allerdings gibt es dann zwischen Kybernetik [53] (im Sinne Norbert Wieners) und der Synergetik einen wesentlichen Unterschied, indem sich im letzteren Falle die Steuerungselemente selbst organisieren. Damit komme ich zum letzten und vielleicht interessantesten Kästchen „*Allgemeine Systemtheorie*" im Sinne von Ludwig von Bertalanffy [54]. Wie ich in meinem Beitrag wiederholt betonte, kommt es uns in der Synergetik auf die Aufdeckung allgemeiner Prinzipien der Selbstorganisation an, oder mit anderen Worten auf die Beantwortung der Frage, warum sich scheinbar ganz verschiedene Systeme makroskopisch *analog* verhalten. Aber, wie ich erst nach der Begründung der Synergetik erfuhr, hatte von Bertalanffy diese Frage nach Analogien zwischen verschiedenen Systemen auch schon gestellt. Von Bertalanffy suchte nach Analogien auf der Ebene der *Teile* der Systeme – wir finden sie hingegen auf der Ebene der Ordnungsparameter, was wesentlich weiter führte.

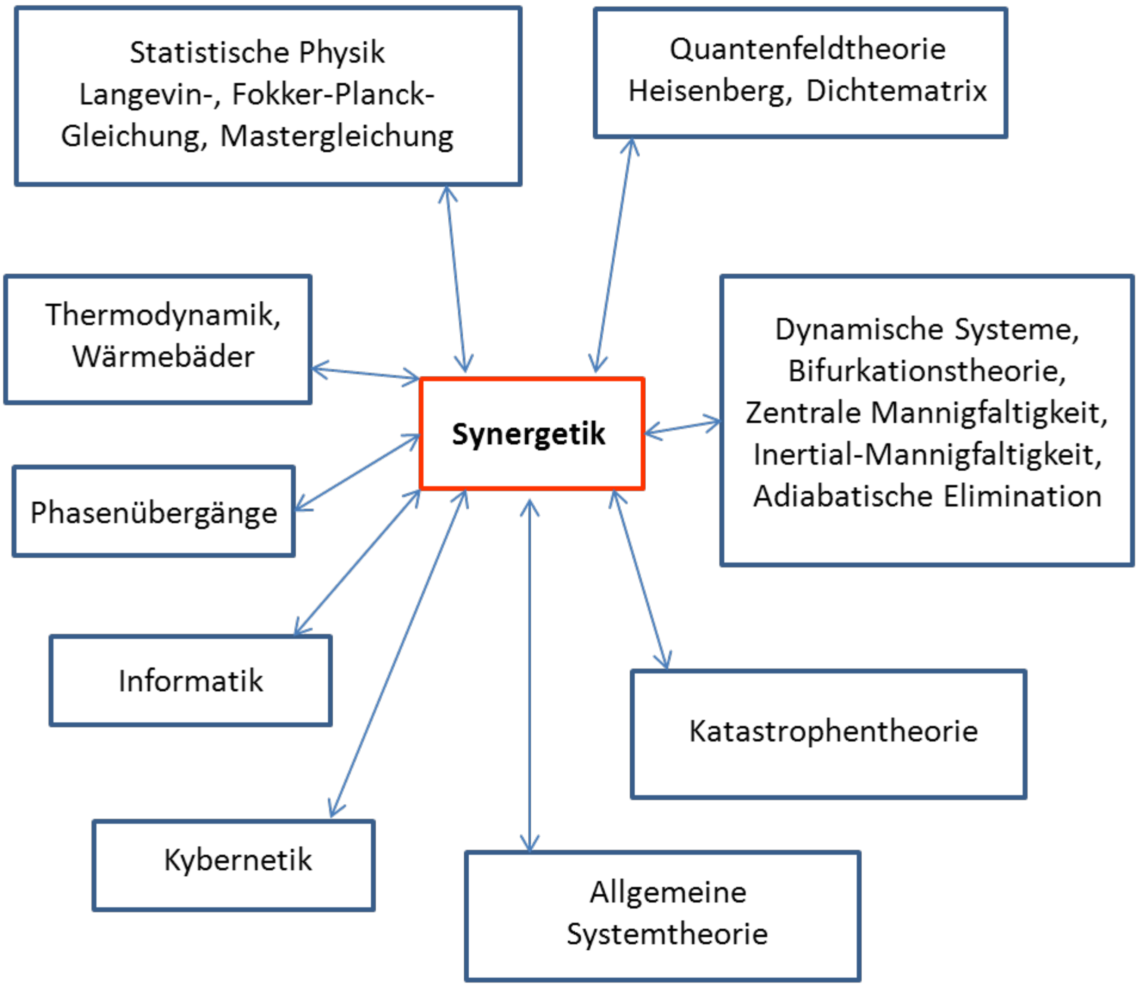


Abb.15: Theoriegebäude der Synergetik

Literaturverzeichnis

[1] Haken, H., Graham, R. (1971) Synergetik - die Lehre vom Zusammenwirken. Umschau 6, 191-195

[2] Schrödinger, E. (1944) What is life? Cambridge University Press, Cambridge

[3] Haken, H. (1964). A Nonlinear Theory of Laser Noise and Coherence. 1. Zeitschrift für Physik, 181 (1), 96-124

[4] Armstrong, J.A., Smith, A.W. (1965) Intensity Fluctuations in a GaAs Laser. Phys. Rev. Lett. 14, 68-70

[5] Graham, R., Haken, H. (1968) Quantum Theory of Light Propagation in a Fluctuating Laser-Active Medium. Z. Phys. 213, 420-450

[6] Graham, R., Haken, H. (1970) Laserlight - First Example of a Second-Order Transition Far Away from Thermal Equilibrium. Z. Phys. 237, 31-46

[7] Landau, L. D., Lifshitz, I. M. (1959) In Course of Theoretical Physics, Vol. 5, Statistical Physics (Pergamon-Press), London, Paris

[8] Fröhlich, H. (1936) Elektronentheorie der Metalle. Springer, Berlin

[9] Glansdorff, P., Prigogine, I. (1971) Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations. New York

[10] Weidlich, W. (1971) The statistical description of polarization phenomena in society. Brit. J. Math. Stat. 24, 251-266

[11] Weidlich, W. (2000) Sociodynamics: A Systematic Approach to Mathematical Modelling in the Social Sciences. Harwood Academic Publishers, Amsterdam

[12] Eigen, M. (1971) The self-organization of matter and the evolution of biological macromolecules. Naturwissenschaften 58, 465-523

[13] Haken, H. (1973) Cooperative Phenomena in Systems far from Thermal Equilibrium. In: Marois, M. (Ed.) From Theoretical Physics to Biology, Proc. of the 3rd Int. Conference, Versailles, 1971, pp. 35-49. Karger, Basel

[14] Eigen, M., Schuster, P. (1979) The Hypercycle: A Principle of Natural Self-Organization. Springer, New York

[15] Prigogine, I., Lefever, R. (1968) J. Chem. Phys. 48, 267

[16] Nicolis, G. (1971) Adv. Chem. Physics 19, 209

[17] Turing, A. M. (1952) Phil. Trans. Roy. Soc. (London) B 237, 37

[18] Gierer, A., Meinhardt, M. (1974) Biological pattern formation involving lateral inhibition. Lectures on Mathematics in Life Sciences 7, 163

[19] Haken, H., ed. (1973) Synergetics. Cooperative Phenomena in Multicomponent systems, B.G. Teubner, Stuttgart

[20] Haken, H. (1977) Synergetics. An Introduction. Nonequilibrium Phase Transitions and Self-Organization in Physics, Chemistry and Biology. Springer, Berlin

[21] Kelso, J. A. S. (1981) On the oscillatory basis of movements. Bulletin of Psychonomic Society 18, 63

[22] Haken, H., Kelso, J. A. S., Bunz, H. (1985) A Theoretical model of phase transitions in human movements. Biol. Cybernetics 51, 347-356

[23] Kelso, J. A. S., Scholz, J. P., Schöner, G. (1986) Non-equilibrium phase transitions in coordinated biological motion: Critical fluctuations. Physics Letters A 118, 279-284

[24] Kelso, J. A. S. (1995) Dynamic patterns: The self-organization of brain and behavior. MIT Press, Boston

[25] Haken, H. (1996) Principles of Brain Functioning. A Synergetic Approach to Brain Activity, Behavior and Cognition. Springer, Berlin

[26] Friedrich, R., Uhl, C. (1992) Synergetic analysis of human encephalograms: Petit-mal epilepsy. In: Evolution of dynamical structures in complex systems. Friedrich, R., Wunderlin, A. (eds.). Springer, Berlin

[27] Ditzinger, T., Haken, H. (1989) Oscillations in the perception of ambiguous patterns, Biol. Cybern. 61, 279-287

[28] Borsellino, A., deMarco, A., Allazetta, A., Rinesi, S., Bartollini, B. (1972) Reversal time distribution in the perception of visual ambiguous stimuli, Kybernetik 10 (3), 139-144

[29] Borsellino, A., Carlini, R., Riani, M., Tuccio, M. T., deMarco, A., Penengo, P., Trabucco, A. (1982) Effects of visual angle on perspective reversal for ambiguous patterns, Perception 11, 263-273
[30] Köhler, W. (1920) Die physischen Gestalten in Ruhe und im stationären Zustand. Vieweg, Braunschweig
[31] Haken, H. (1979) Pattern formation and pattern recognition – an attempt at a synthesis. In: Pattern formation by dynamic systems and pattern recognition, Haken, H. (ed.) Springer, Berlin
[32] Haken, H. (1991) Synergetic computers and cognition. Springer, Berlin
[33] Fuchs, A., Haken, H. (1988) Pattern recognition and associative memory as dynamical process in a synergetic system I+II, Erratum, Biol. Cybern. 60, 17-22, 107-109, 476
[34] Hopfield, J. J. (1982) Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities, Proc. Natl. Acad. Sci. 79, 2554-2558
[35] Carpenter C., Grossberg, S. (1980) The art of adaptive pattern recognition by a self-organizing neural network, Computer, March, pp. 77-87
[36] Gray, C. M., Singer, W. (1987) Stimulus specific neuronal oscillations in orientation columns of cat visual cortex. Proc. Natl. Acad. Sci. USA 86, 1698- 1702
[37] Eckehorn, R., Bauer, R. Jordan, W., Brosch, M., Kruse, W., Munk, M., Reitblöck, H. J. (1988) Coherent oscillations: a mechanism of feature linking in the visual cortex? Multiple electrode and correlation analyses in the cat. Biol. Cybern. 60, 121-130
[38] Tschacher, W., Schiepek, G., Brunner, E.J. (eds.) (1992) Self-Organization and Clinical Psychology – Empirical Approaches to Synergetics in Psychology, Springer, Berlin
[39] Tschacher, W. (1997) Prozessgestalten. Die Anwendung der Selbstorganisationstheorie und der Theorie dynamischer Systeme auf Probleme der Psychologie, Hogrefe, Göttingen.
[40] Haken, H., Schiepek, G. (2006, 2nd. Ed. 2010) Synergetik in der Psychologie, Hogrefe, Göttingen (mit vielen weiteren Zitaten)
[41] Tschacher, W., Dauwalder, J.-P. (eds.) (2003) The Dynamical Systems Approach to Cognition, World Scientific, Singapore
[42] Kriz, J. (1990) Synergetics in Clinical Psychology. In: Haken, H., Stadler, M., Synergetics in Cognition, Springer, Berlin
[43] Haken, Stadler, M. (eds.) (1990) Synergetics of Cognition, Springer, Heidelberg
[44] Hansch, D. (1979) Psychosynergetik. Die fraktale Evolution des Psychischen. Grundlage einer Allgemeinen Psychotherapie. Mit einem Geleitwort von Hermann Haken und Michael Stadler. Westdeutscher Verlag, Opladen Wiesbaden
[45] Kriz, J., Tschacher, W. (2013) Systemtheorie als Naturwissenschaft: Vermittlerin zwischen Praxis und Forschung. Familiendynamik 38, 12-21
[46] Landauer, R. (1961) Irreversibility and Heat Generation in the Computing Process, IBM J. Res. Develop. 5, 183
[47] Thom, R. (1975) Structural Stability and Morphogenesis, W. A. Benjamin, Reading, Mass
[48] Kelley, A. (1967) In Transversal Mappings and Flows, ed. By Abraham, J., Robbin, B., New York
[49] Pliss, V.A. (1964) A reduction principle in the theory of stability of motion. IZV. Akad. Nauk SSSR., Mat. Ser. 28, 1297
[50] Robinson, J. C. (1985) Finite-dimensional behavior in dissipative partial differential equations. Chaos 5 (1), 330-345
[51] Haken, H. (2004) Synergetics. Introduction and Advanced Topics. Springer, Berlin
[52] Haken, H. (1983) Advanced Synergetics. Instabilitiy Hierarchies of Self-Organizing Systems and Devices. Springer, Berlin
[53] Wiener, N. (1948) Cybernetics, or control and communication in the animal and the machine, Wiley
[54] von Bertalanffy, L. (1950) The theory of open systems in physics and biology. Science 111, 23-29

Forschungsberichte