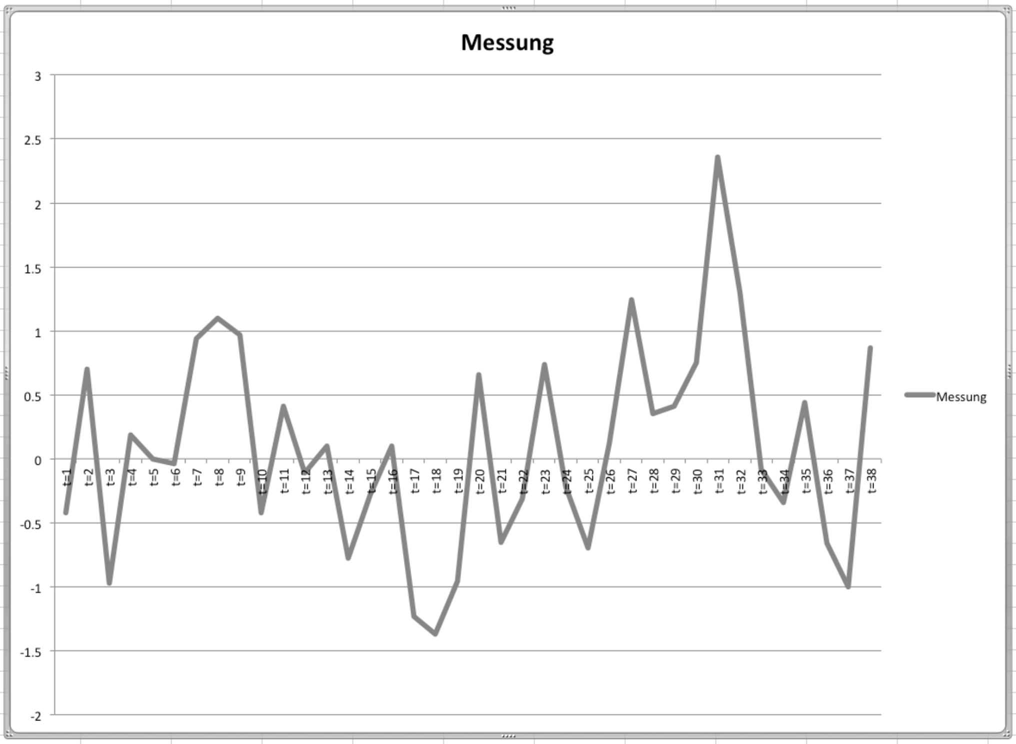
Autokorrelation

- ARIMA-Modellierung = lineare stochastische Zeitreihenmodelle

Prof. Dr. Wolfgang Tschacher
Universität Bern

Zeitreihe eines Prozesses

Zeit	Messung
t=1	-0.42
t=2	0.7
t=3	-0.97
t=4	0.19
t=5	0
t=6	-0.04
t=7	0.94
t=8	1.1
t=9	0.97
t=10	-0.42
t=11	0.41
t=12	-0.11
t=13	0.1
t=14	-0.78
t=15	-0.28
t=16	0.1
t=17	-1.23
t=18	-1.37
t=19	-0.96
t=20	0.66
t=21	-0.65
t=22	-0.31
t=23	0.74
t=24	-0.22
t=25	-0.7
t=26	0.12
t=27	1.24
t=28	0.35
t=29	0.41
t=30	0.75
t=31	2.36
t=32	1.3
t=33	-0.08
t=34	-0.34
t=35	0.44
t=36	-0.66
t=37	-1
t=38	0.87



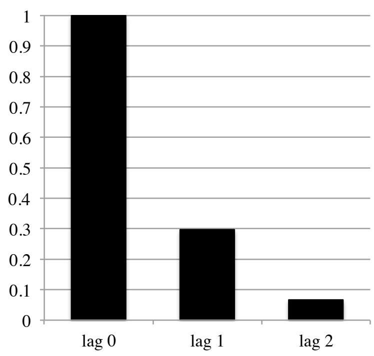
Autokorrelation einer Zeitreihe mit lag 1

B	C	D
Zeit	Messung	lag 1
t=1	-0.42	
t=2	0.7	-0.42
t=3	-0.97	0.7
t=4	0.19	-0.97
t=5	0	0.19
t=6	-0.04	0
t=7	0.94	-0.04
t=8	1.1	0.94
t=9	0.97	1.1
t=10	-0.42	0.97
t=11	0.41	-0.42
t=12	-0.11	0.41
t=13	0.1	-0.11
t=14	-0.78	0.1
t=15	-0.28	-0.78
t=16	0.1	-0.28
t=17	-1.23	0.1
t=18	-1.37	-1.23
t=19	-0.96	-1.37
t=20	0.66	-0.96
t=21	-0.65	0.66
t=22	-0.31	-0.65
t=23	0.74	-0.31
t=24	-0.22	0.74
t=25	-0.7	-0.22
t=26	0.12	-0.7
t=27	1.24	0.12
t=28	0.35	1.24
t=29	0.41	0.35
t=30	0.75	0.41
t=31	2.36	0.75
t=32	1.3	2.36
t=33	-0.08	1.3
t=34	-0.34	-0.08
t=35	0.44	-0.34
t=36	-0.66	0.44
t=37	-1	-0.66
t=38	0.87	-1
		0.87
		0.297

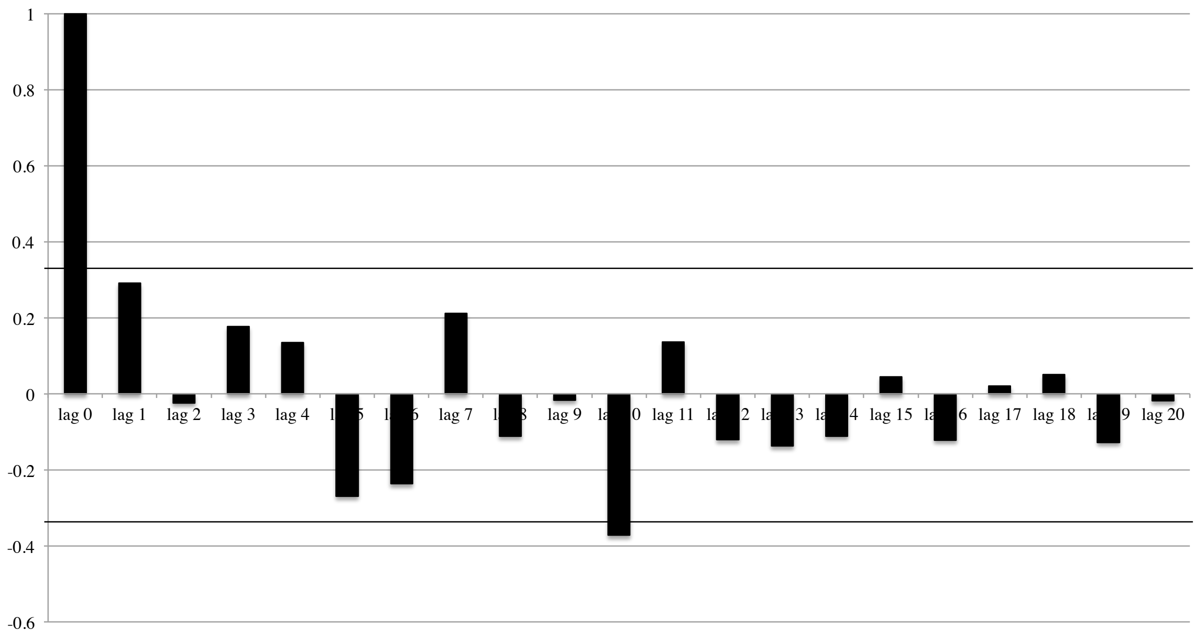
Autokorrelation einer Zeitreihe mit lag 2

B	C	D	E
Zeit	Messung	lag 1	lag 2
t=1	-0.42		
t=2	0.7	-0.42	
t=3	-0.97	0.7	-0.42
t=4	0.19	-0.97	0.7
t=5	0	0.19	-0.97
t=6	-0.04	0	0.19
t=7	0.94	-0.04	0
t=8	1.1	0.94	-0.04
t=9	0.97	1.1	0.94
t=10	-0.42	0.97	1.1
t=11	0.41	-0.42	0.97
t=12	-0.11	0.41	-0.42
t=13	0.1	-0.11	0.41
t=14	-0.78	0.1	-0.11
t=15	-0.28	-0.78	0.1
t=16	0.1	-0.28	-0.78
t=17	-1.23	0.1	-0.28
t=18	-1.37	-1.23	0.1
t=19	-0.96	-1.37	-1.23
t=20	0.66	-0.96	-1.37
t=21	-0.65	0.66	-0.96
t=22	-0.31	-0.65	0.66
t=23	0.74	-0.31	-0.65
t=24	-0.22	0.74	-0.31
t=25	-0.7	-0.22	0.74
t=26	0.12	-0.7	-0.22
t=27	1.24	0.12	-0.7
t=28	0.35	1.24	0.12
t=29	0.41	0.35	1.24
t=30	0.75	0.41	0.35
t=31	2.36	0.75	0.41
t=32	1.3	2.36	0.75
t=33	-0.08	1.3	2.36
t=34	-0.34	-0.08	1.3
t=35	0.44	-0.34	-0.08
t=36	-0.66	0.44	-0.34
t=37	-1	-0.66	0.44
t=38	0.87	-1	-0.66
		0.87	-1
			0.87
		0.297	
			0.066

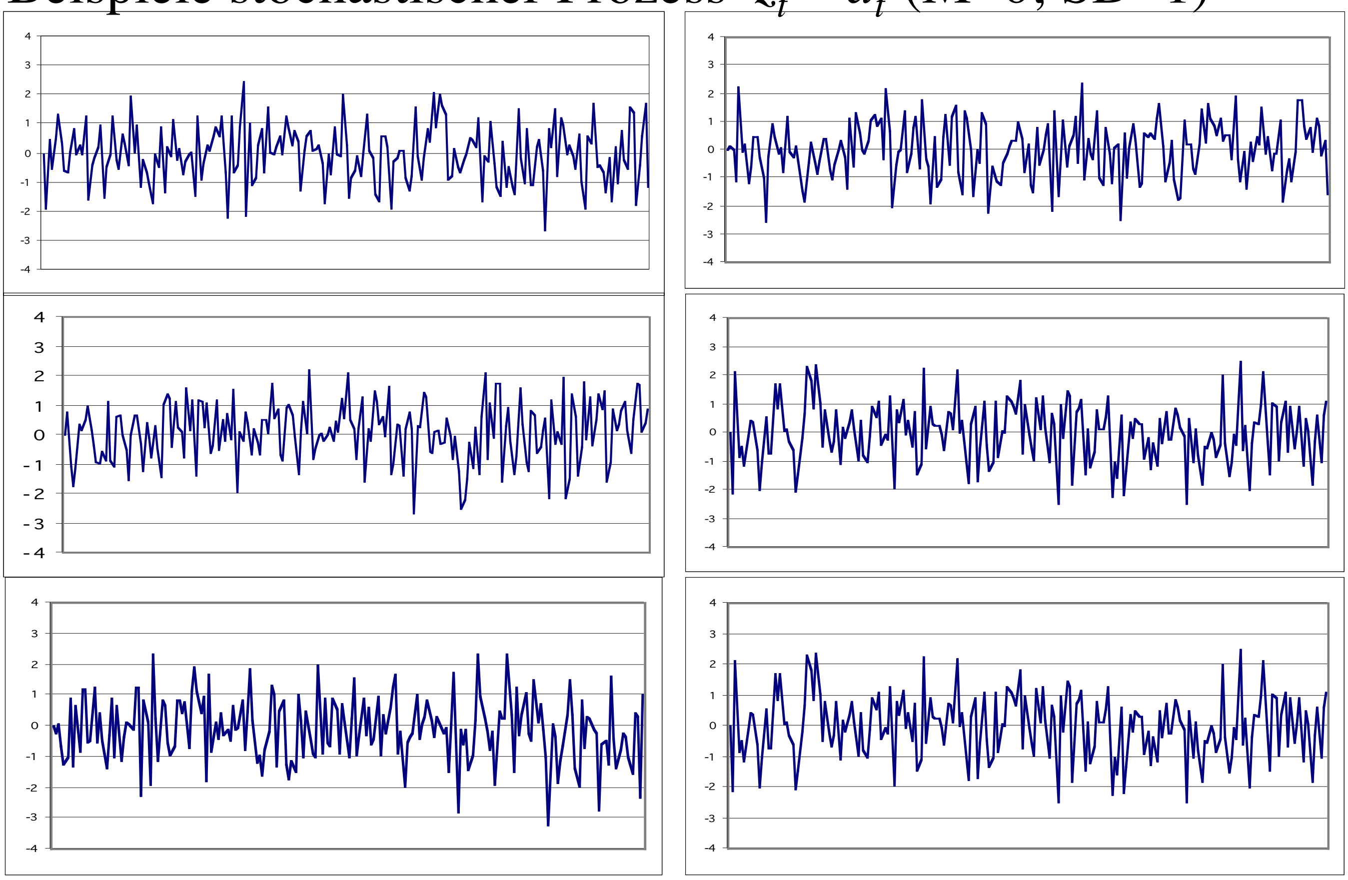
Autokorrelationsfunktion (ACF)



partielle Autokorrelationsfunktion (PACF)



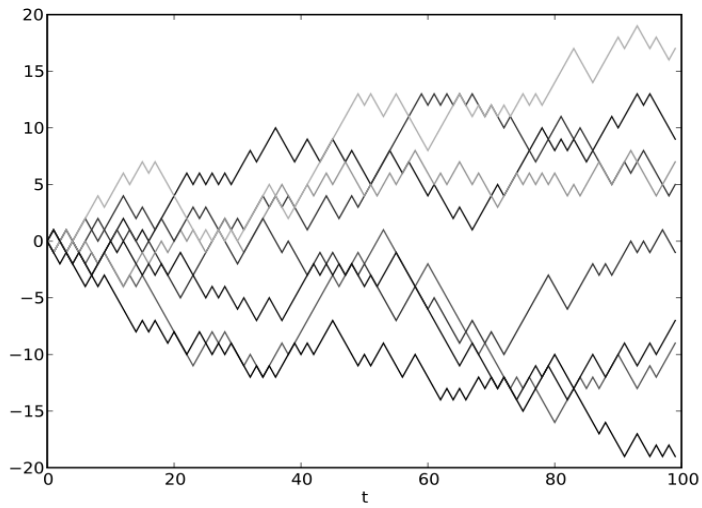
Beispiele stochastischer Prozess $z_t = a_t$ (M=0; SD=1)



Zufallsprozess $z_t = a_t$ ist nicht autokorreliert.

Prozess ist varianz- und mittelwertsstationär.

Zufallsprozesse müssen nicht stationär sein, z.B. ein random walk:



Autoregressive Prozesse

AR(1)-Prozesse

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + a_t$$

Aktueller Zustand z_t hängt ab vom gewichteten zurückliegenden Zustand $\phi_1 z_{t-1}$ und den aktuellen (Zufalls-) Ereignissen a_t

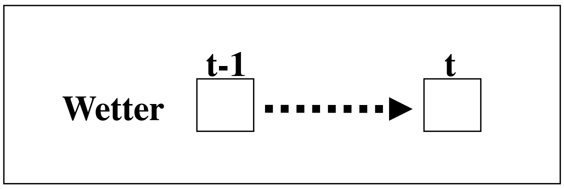
psychologisches AR(1)- Beispiel:

Heutige Stimmung hängt ab von der (gewichteten) gestrigen Stimmung und von aktuellen Ereignissen.

(da dies bereits auch für die Stimmung gestern galt, trägt der heutige Stimmungszustand weit zurückreichende Information in sich = Systemgedächtnis; nicht abbrechende ACF)

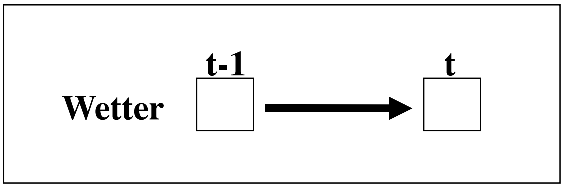
Wetter-Beispiele:

"Heute Regen, morgen Sonne"

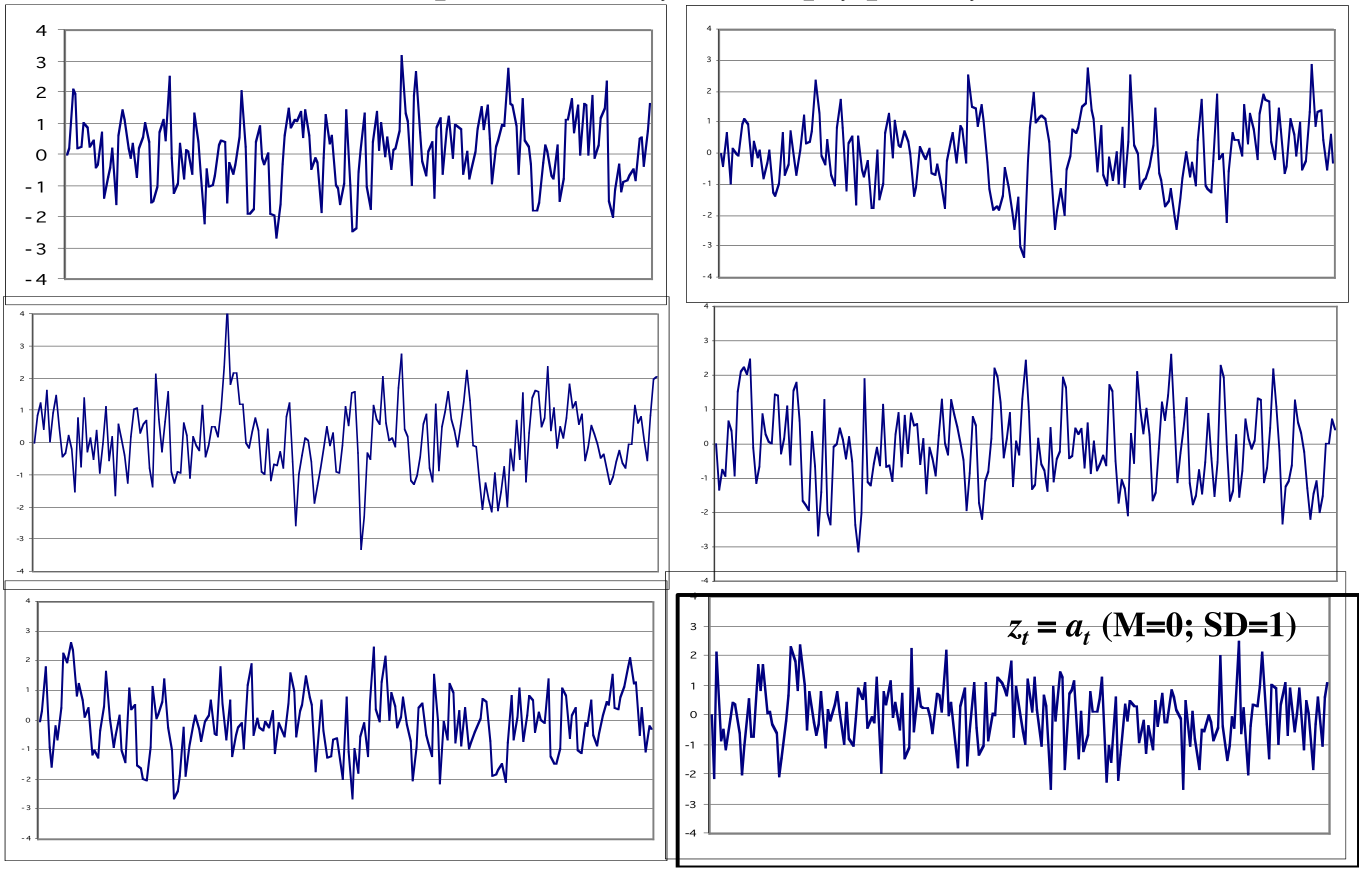


aber auch:

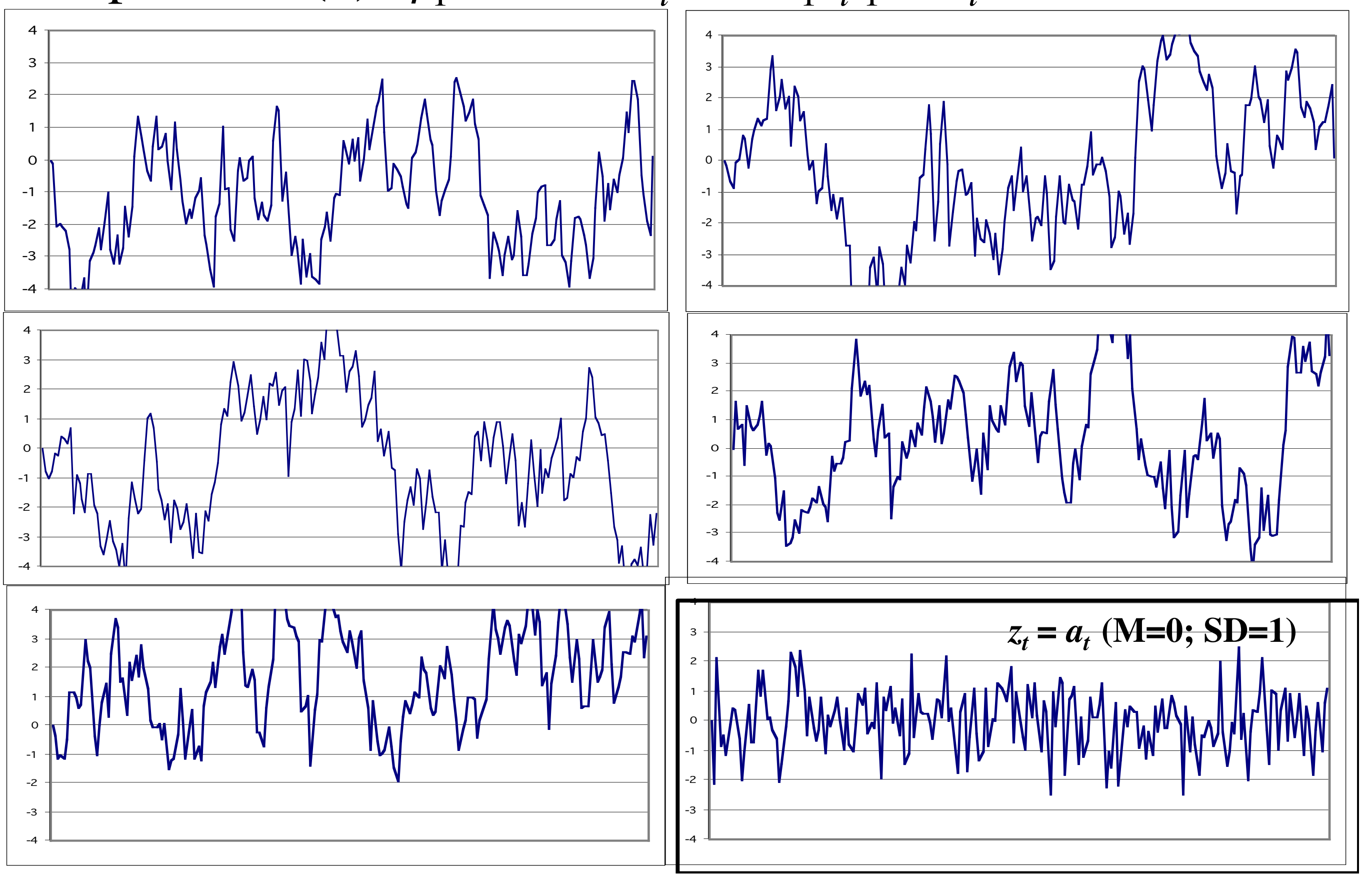
"…oder es bleibt wie's ist"



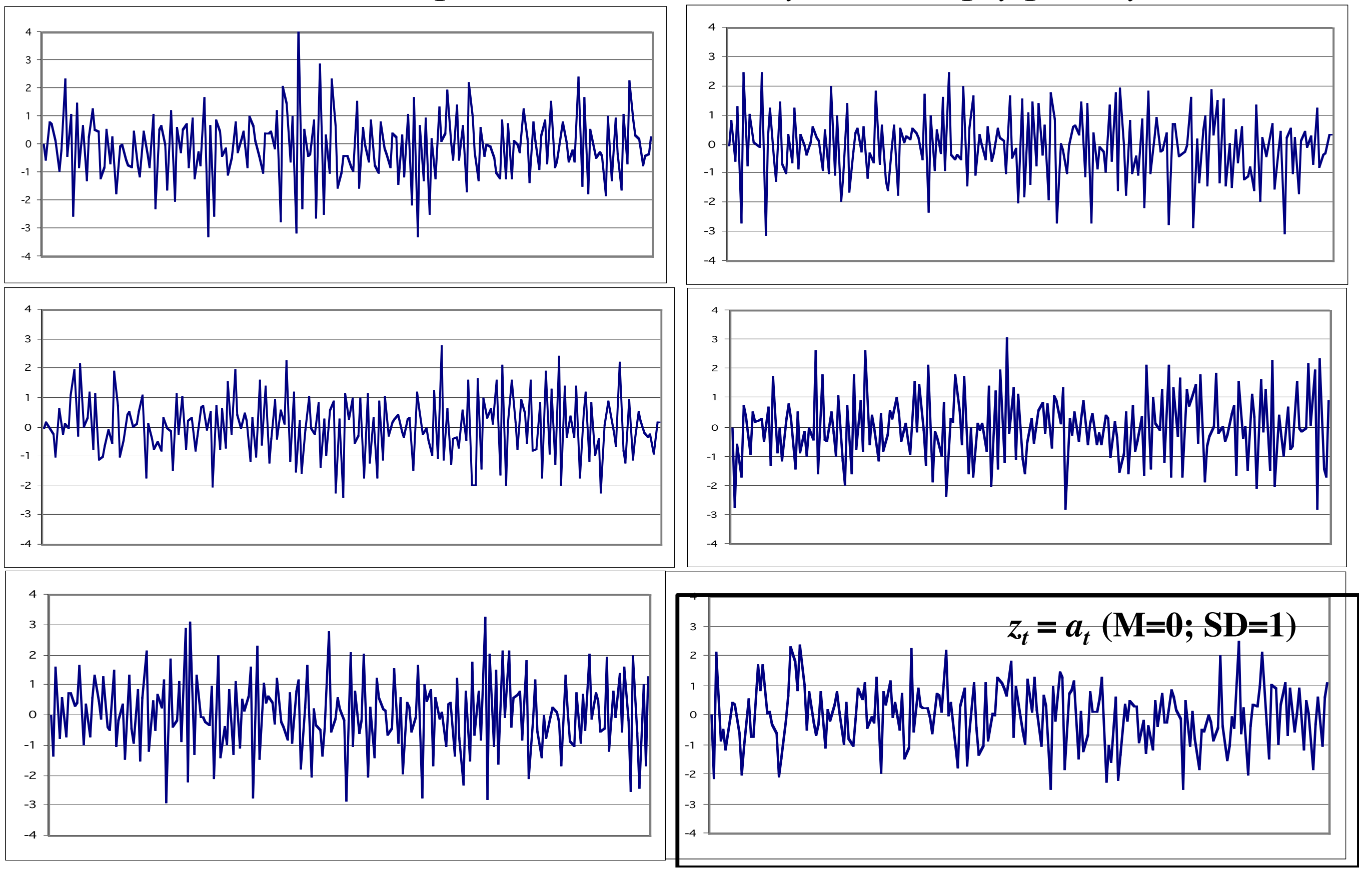
Beispiele AR(1), ϕ_1=0.5 $\quad z_t = 0.5_1 z_{t-1} + a_t$



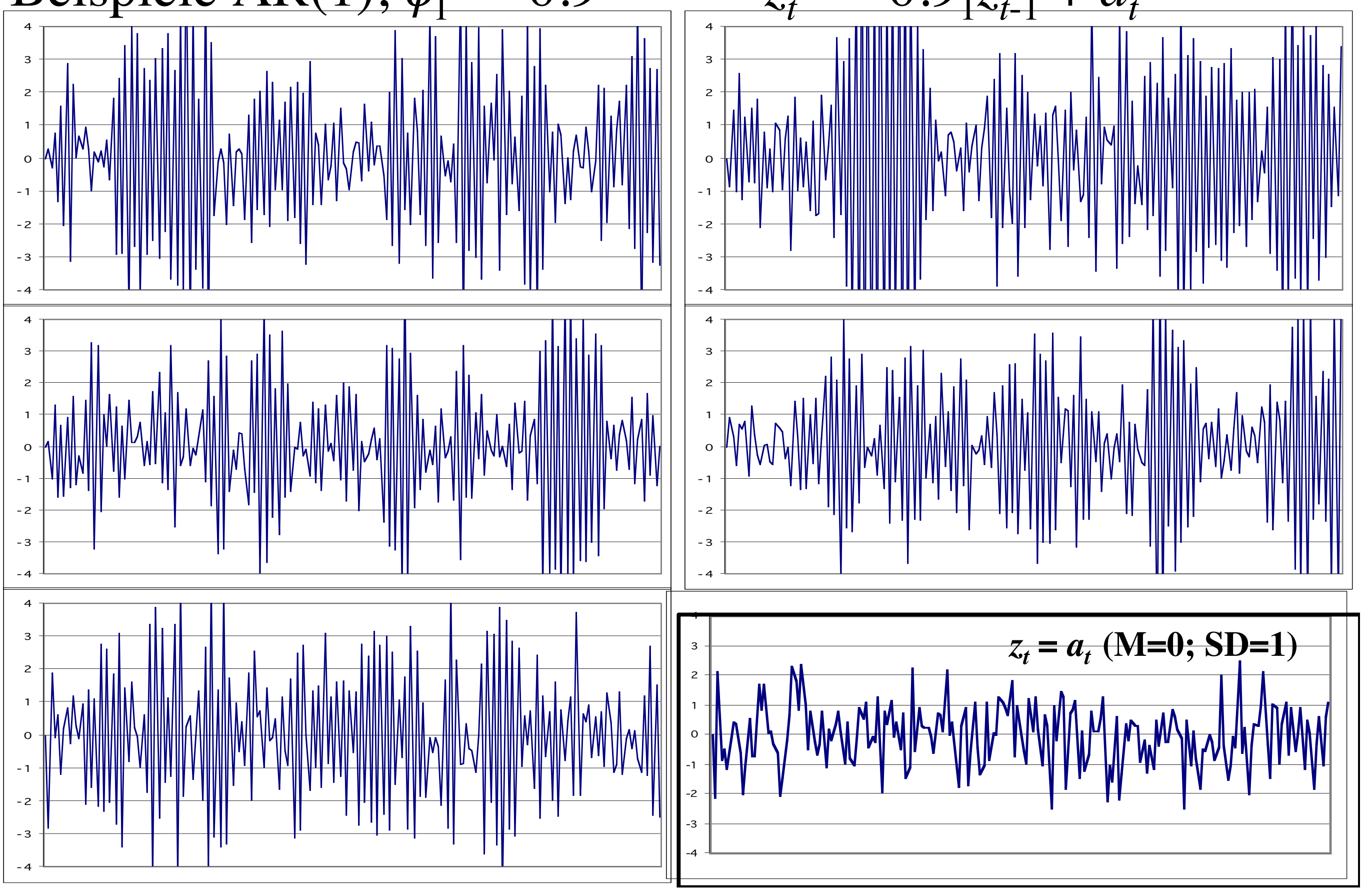
Beispiele AR(1), ϕ_1=0.9 $\quad z_t = 0.9_1 z_{t-1} + a_t$



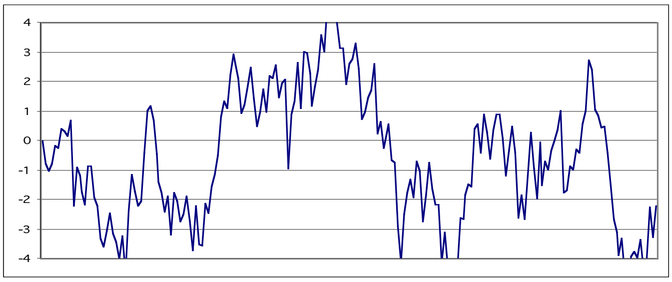
Beispiele AR(1), ϕ_1= - 0.5 $z_t = - 0.5_1 z_{t-1} + a_t$



Beispiele AR(1), ϕ_1= - 0.9 $z_t = - 0.9_1 z_{t-1} + a_t$



Test: *Welche AR-Dynamik könnte dieser Zeitreihe unterliegen?*



Antwort: AR(1), ϕ_1=0.9 $z_t = 0.9_1 z_{t\text{-}1} + a_t$

Charakteristisch sind die langen trendähnlichen Abschnitte

Fazit

AR(1)-Prozesse sind für -1< ϕ < 1 gewissermassen verrauschte Attraktoren.

AR(p), also AR p-ter Ordnung, können zeigen oszillative Dynamik abbilden.

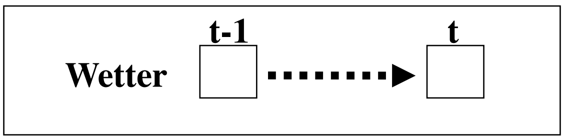
Fazit

ϕ bestimmt darüber, welches Gewicht die Vergangenheit besitzt, also wie stark vom verrauschten Attraktor $z_t = 0$ "weggeregelt" wird. Negative ϕ bedeuten eine kompensierende Dynamik.

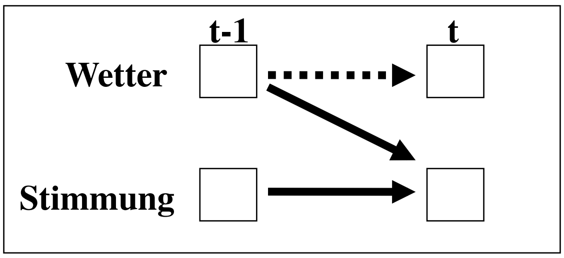
Der Prozess hat ein "Gedächtnis" für ehemalige eigene Zustände.

Alle "Umwelteinflüsse" werden als Zufallsprozess a_t modelliert

Anwendung multivariat
Vektorautoregression



- eindimensionales System, AR erster Ordnung



- **zweidimensionales System ("Vektor"), AR erster Ordnung**